

GEOMETRIE

4. Patrulatere

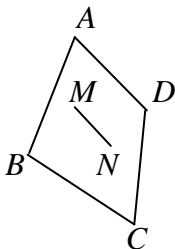
4.1 Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. Definiție

a) Se numește **patrulater** figura geometrică $ABCD$ formată din reuniunea a patru segmente $[AB] \cup [BC] \cup [CD] \cup [DA]$.

b) Se numește patrulater convex, patrulaterul $ABCD$ care are proprietatea că oricare ar fi două puncte M, N în interiorul patrulaterului, rezultă că segmentul (MN) este tot în interiorul patrulaterului.



2. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu 360° .

b) Probleme rezolvate

1. Fie $ABCD$ un patrulater convex astfel încât să avem:

$$3m(\hat{A}) = m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) \text{ și}$$

$$3m(\hat{C}) = m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{D}).$$

Demonstrați că:

a) $\hat{A} \equiv \hat{C}$

b) $m(\hat{B}) + m(\hat{D}) = 180^\circ$.

Soluție. a) $m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) = 360^\circ$ și
 $3m(\hat{A}) = m(\hat{B}) + m(\hat{C}) + m(\hat{D}) \Rightarrow m(\hat{A}) + 3m(\hat{A}) = 360^\circ \Rightarrow m(\hat{A}) = 90^\circ$. Analog $m(\hat{C}) = 90^\circ$.

b) $m(\hat{B}) + m(\hat{D}) = 360^\circ - m(\hat{A}) - m(\hat{C}) = 180^\circ$.

2. Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$, știind că $m(\widehat{D}) = m(\widehat{C}) + 10^\circ = m(\widehat{B}) + 20^\circ = m(\widehat{A}) + 30^\circ$.

Soluție. Notăm cu x măsura unghiului D . Atunci avem:
 $\widehat{D} = x$; $\widehat{C} = x - 10^\circ$; $\widehat{B} = x - 20^\circ$; $\widehat{A} = x - 30^\circ$ și
 $x - 30^\circ + x - 20^\circ + x - 10^\circ + x = 360^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow 4x - 60^\circ = 360^\circ \Rightarrow 4x = 420^\circ \Rightarrow x = 105^\circ$. Atunci:
 $\widehat{A} = 105^\circ - 30^\circ = 75^\circ$; $\widehat{B} = 105^\circ - 20^\circ = 85^\circ$; $\widehat{C} =$
 $= 105^\circ - 10^\circ = 95^\circ$; $\widehat{D} = 105^\circ$.

3. Fie $ABCD$ un patrulater convex în care unghiurile \widehat{A} și \widehat{B} sunt suplementare. Demonstrați că :

a) $AD \parallel BC$;

b) Bisectoarele unghiurilor \widehat{A} și \widehat{B} sunt perpendiculare.

Soluție. a) \widehat{A} și \widehat{B} sunt suplementare, de unde rezultă $m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180^\circ$. Prelungim pe BA dincolo de A și luăm pe această prelungire punctul E . Avem : $m(\widehat{DAE}) = 180^\circ - m(\widehat{DAB}) = 180^\circ - (180^\circ - m(\widehat{B})) = m(\widehat{B}) \Rightarrow AD \parallel BC$.

b) Fie O punctul de intersecție al bisectoarelor unghiurilor \widehat{A} și \widehat{B} . Atunci $m(\widehat{AOB}) = 180^\circ - m(\widehat{ABO}) - m(\widehat{BAO}) =$
 $= 180^\circ - \frac{1}{2} m(\widehat{A}) - \frac{1}{2} m(\widehat{B}) = 180^\circ - \frac{1}{2} 180^\circ = 90^\circ$.

4. Determinați măsurile unghiurilor unui patrulater convex $ABCD$, știind că acestea sunt direct proporționale cu numerele: 1, 2, 3, 4.

Soluție. a) Avem $\frac{m(\widehat{A})}{1} = \frac{m(\widehat{B})}{2} = \frac{m(\widehat{C})}{3} = \frac{m(\widehat{D})}{4} =$
 $= \frac{m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{D})}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$.

Atunci avem: $m(\widehat{A}) = 36^\circ$, $m(\widehat{B}) = 72^\circ$, $m(\widehat{C}) = 108^\circ$,
 $m(\widehat{D}) = 144^\circ$.

c) Probleme propuse spre rezolvare

1. Trei unghiuri ale unui patrulater convex au măsurile egale cu 80° . Măsura celui de-al patrulea unghi al patrulaterului convex este egală cu:

80° 90° 100° 110° 120°

2. Un patrulater convex are două unghiuri egale cu 80° și 100° . Celelalte două unghiuri sunt egale între ele și au valoarea egală cu: **80° 90° 100° 110° 120°**

3. Un patrulater convex are două unghiuri egale cu 100° . Celelalte două unghiuri sunt egale între ele și au valoarea egală cu: **80° 90° 100° 110° 120°**

4. Un patrulater convex are un unghi egal cu 60° . Celelalte trei unghiuri sunt egale între ele și au valoarea egală cu: **80° 90° 100° 110° 120°**

5. Un patrulater convex are un unghi drept. Celelalte trei unghiuri sunt egale între ele.

Numărul de unghiuri drepte ale patrulaterului este egal cu

0 1 2 3 4

6. Fie $ABCD$ un patrulater convex cu unghiurile $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ direct proporționale cu 1, 2, 3, 4.

Demonstrați că $\hat{A} + \hat{D}$ are valoarea egală cu:

100° 120° 140° 160° 180°

7. Fie $ABCD$ un patrulater convex cu $\hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D}$ și $\hat{A} = 2\hat{B}$. Arătați că \hat{A} are valoarea egală cu:

60° 90° 120° 150° 180°

8. Fie $ABCD$ un patrulater convex cu $\hat{A} = \hat{C}, \hat{B} = \hat{D} = \hat{A} + 30^\circ$. Arătați că \hat{A} are valoarea egală cu:

45° 60° 75° 90° 105°

9. Determinați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $ABCD$, știind că $AB \perp AD$, iar unghiurile \hat{B} , \hat{C} și \hat{D} sunt direct proporționale cu 1, 2, 3.

Demonstrați că cel mai mare dintre unghiuri are măsura egală cu:

75° 90° 120° 135° 150°

10. Determinați măsurile unghiurilor patrulaterului convex $ABCD$, știind că $AB \perp AD$, $BC \perp CD$ și $\hat{B} = 3\hat{D}$.

Cel mai mic dintre unghiuri are măsura egală cu:

45° 60° 75° 90° 105°

11. Fie $ABCD$ un patrulater convex în care unghiurile \hat{A} și \hat{C} sunt suplementare.

Demonstrați că $\hat{B} + \hat{D}$ are valoarea:

90° 120° 150° 175° 180°

12. Fie $ABCD$ un patrulater convex în care unghiurile \hat{A} și \hat{B} sunt suplementare. Demonstrați că $AD \parallel BC$ și apoi arătați că unghiul făcut de bisectoarele unghiurilor \hat{A} și \hat{B} are valoarea:

45° 60° 75° 90° 120°

13. Fie $ABCD$ un patrulater convex astfel încât să avem $AC \perp BD$ și punctul $O = AC \cap BD$ este mijlocul segmentului $[BD]$.

Demonstrați că unghiul \widehat{ABC} este congruent cu:

\widehat{ADC} \widehat{ADC} \widehat{ADC} \widehat{ADC} \widehat{ADC}

14. Fie $ABCD$ un patrulater convex, astfel încât măsura fiecărui unghi al patrulaterului să fie media aritmetică a măsurilor celorlalte unghiuri.

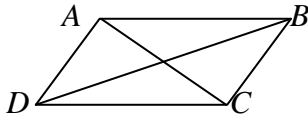
Demonstrați că unghiul \hat{A} are măsura egală cu:

45° 60° 75° 90° 120°

4.2 Paralelogram: proprietăți. Linie mijlocie în triunghi. Proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. **Definiție.** Un patrulater convex, care are laturile opuse paralele două câte două se numește **paralelogram**.



$[AD]$, $[BC]$ și respectiv $[AB]$, $[CD]$ sunt perechile de laturi opuse, iar $[AC]$ și $[BD]$ sunt diagonalele paralelogramului.

2. Proprietăți.

a) referitoare la laturi

– Într-un paralelogram laturile opuse sunt congruente două câte două;

– Dacă într-un patrulater convex laturile opuse sunt congruente două câte două, atunci patrulaterul este paralelogram;

– Dacă într-un patrulater convex două laturi opuse sunt congruente și paralele, atunci patrulaterul este paralelogram;

b) referitoare la unghiuri

– Într-un paralelogram unghiurile opuse sunt congruente două câte două;

– Într-un paralelogram oricare două unghiuri consecutive sunt suplementare;

– Dacă într-un patrulater convex unghiurile opuse sunt congruente, atunci patrulaterul este paralelogram;

c) referitoare la diagonale

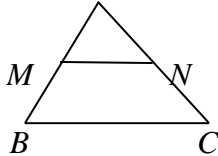
– Într-un paralelogram diagonalele se intersectează determinând pe fiecare diagonală segmente congruente;

– Dacă într-un patrulater convex diagonalele se intersectează determinând pe fiecare diagonală segmente congruente, atunci patrulaterul este paralelogram.

3. Definiție. Segmentul care unește mijloacele a două laturi ale unui triunghi se numește **linie mijlocie**.

4. Teoremă. Într-un triunghi segmentul care unește mijloacele a două laturi (linia mijlocie) este paralel cu a treia latură a triunghiului și are lungimea egală cu jumătate din lungimea acesteia.

Exemplu. A



M, N mijloacele lui $[AB], [AC]$

$$MN \parallel BC \text{ și } MN = \frac{BC}{2}$$

5. Teorema reciprocă. Într-un triunghi paralela dusă prin mijlocul unei laturi la o altă latură a triunghiului intersectează a treia latură în mijlocul acesteia, iar segmentul determinat are lungimea egală cu jumătate din lungimea laturii cu care este paralel.

6. Teoremă. Într-un triunghi medianele sunt concurente într-un punct G , care se numește centrul de greutate al triunghiului și care este situat pe fiecare mediană la două treimi de vârf și o treime de bază.

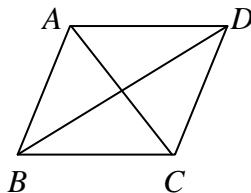
b) Probleme rezolvate.

1. Fie $ABCD$ un paralelogram astfel încât triunghiul ABC să fie echilateral.

a) Determinați unghiurile paralelogramului.

b) Demonstrați că $AC \perp BD$.

Soluție.



a) $\triangle ABC$ este echilateral, de unde $\widehat{ABC} = \widehat{BCA} = \widehat{CAB} = 60^\circ$.

Atunci $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D}) = 60^\circ$ și

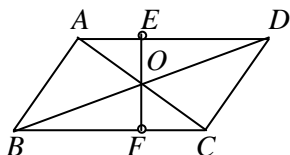
$$m(\widehat{A}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{CAD}) = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ.$$

b) $\triangle ABD$ este isoscel, AC este bisectoare, de unde rezultă că AC este înălțime, deci $AC \perp BD$.

2. Fie $ABCD$ un paralelogram, $O = AC \cap BD$ și punctele $E \in [AD]$ și $F \in [BC]$ astfel încât $[AE] \equiv [FC]$. Atunci:

- patrulaterul $AFCE$ este paralelogram;
- punctele E, O, F sunt coliniare.

Soluție.



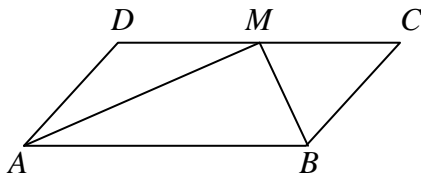
- $[AE] \equiv [FC]$. Cum $AE \parallel CF$, rezultă că $AFCE$ este paralelogram.
- $AFCE$ este paralelogram, de unde rezultă că EF trece prin O mijlocul lui $[AC]$, și deci punctele E, O, F sunt coliniare.

3. Fie $ABCD$ un paralelogram și $M, N \in [DB]$ astfel încât $[DM] \equiv [MN] \equiv [NB]$. Demonstrați că patrulaterul $ANCM$ este paralelogram.

Soluție. $\triangle ABN \equiv \triangle CDM \Rightarrow [AN] \equiv [CM]$. Analog $[AM] \equiv [CN]$, deci $ANCM$ este paralelogram.

4. Fie $ABCD$ un paralelogram. Demonstrați că bisectoarele unghiurilor \hat{A} și \hat{B} se intersectează pe segmentul $[CD]$ dacă și numai dacă $AB = 2 \cdot BC$.

Soluție.

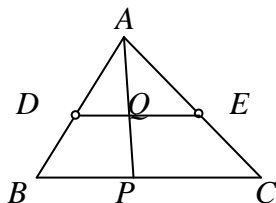


Fie M punctul de intersecție al bisectoarelor unghiurilor \hat{A} și \hat{B} . Avem:

$$\begin{aligned} M \in [DC] &\Leftrightarrow \triangle DAM \text{ și } \triangle CBM \text{ sunt isoscele} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow MC = MD = AD \Leftrightarrow CD = 2BC \Leftrightarrow AB = 2BC. \end{aligned}$$

5. Fie ABC un triunghi oarecare, D, E mijloacele laturilor $[AB]$ și respectiv $[AC]$ și $P \in (BC)$ un punct arbitrar. Demonstrați că DE trece prin mijlocul lui $[AP]$.

Soluție.



În ΔABC , DE este linie mijlocie, de unde $DE \parallel BC$.

Fie $Q = [AP] \cap [DE]$. Evident $DQ \parallel BP$ și cum D este mijlocul lui $[AB]$, rezultă că, Q este mijlocul lui $[AP]$.

6. În triunghiul isoscel ABC ($AB = AC$) se duc medianele AM , BN , CP care se intersectează în punctul G . În punctul C se duce perpendiculara pe BC , care intersectează mediana BN în punctul D . Demonstrați că $AGCD$ este paralelogram.

Soluție $AM \perp BC, CD \perp BC \Rightarrow CD \parallel AM \Rightarrow AG \parallel CD$ (1).

AM este mediană în triunghiul $ABC \Rightarrow AG = 2 \cdot GM$ (2).

GM este linie mijlocie în triunghiul $BCD \Rightarrow CD = 2 \cdot GM$ (3).

Din (2) și (3) rezultă $AG = CD$ (4). Din (1) și (4) obținem că patrulaterul $AGCD$ este paralelogram.

7. Se consideră triunghiul ABC și se notează cu M și N mijloacele laturilor $[AB]$ respectiv $[AC]$. Pe prelungirea segmentului $[MN]$ se consideră punctul P astfel încât $[MN] \equiv [NP]$. Demonstrați că $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{NAP}) + m(\widehat{NPA})$.

Soluție. $MP \parallel BC \Rightarrow m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{CNP})$ (1).

Însă \widehat{CNP} este unghi exterior ΔANP , de unde:
 $m(\widehat{CNP}) = m(\widehat{NAP}) + m(\widehat{NPA})$.

Atunci $m(\widehat{ACB}) = m(\widehat{NAP}) + m(\widehat{NPA})$.

c) Probleme propuse spre rezolvare

1. Fie paralelogramul $ABCD$ cu $\hat{A} = 60^\circ$. Arătați că unghiul \hat{B} are măsura:

60° 90° 120° 150° 180°

2. Unghiul exterior al unghiului \hat{A} al unui paralelogram $ABCD$ are măsura de 75° . Arătați că unghiul \hat{C} al paralelogramului are măsura egală cu:

75° 90° 105° 120° 135°

3. Fie $ABCD$ un paralelogram astfel încât triunghiul ABC să fie echilateral și $O = AC \cap BD$. Calculați unghiul \widehat{AOB} și arătați că are măsura egală cu:

45° 60° 75° 90° 105°

4. Fie $ABCD$ un paralelogram astfel încât $AB = 2AD$ și M mijlocul lui AB . Notăm cu $a = \widehat{DAB}$. Arătați că \widehat{DMC} are măsura egală cu:

60° $60^\circ + a$ $90^\circ - a$ 90° $90^\circ + a$

5. Se consideră punctele: $A(0, 2)$, $B(3, 0)$, $C(5, 1)$, $D(2, 3)$. Arătați că $ABCD$ este paralelogram și cea mai mică latură a lui are lungimea egală cu:

$\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$ $\sqrt{7}$ $\sqrt{8}$ $\sqrt{9}$

6. Se consideră punctele: $A(-1, 1)$, $B(1, 4)$, $C(8, 4)$, $D(6, 1)$. Arătați că $ABCD$ este paralelogram și cea mai mare latură a lui are lungimea egală cu:

5 6 7 8 9

7. Fie $ABCD$ un paralelogram cu $AB = 2BC$, $\hat{B} = 60^\circ$ și M mijlocul laturii CD . Calculați unghiul \widehat{AMC} și arătați că are măsura egală cu:

100° 110° 120° 130° 140°

8. Fie $ABCD$ un paralelogram cu $AB = BC$ și $O = AC \cap BD$. Calculați unghiul \widehat{AOB} și arătați că are măsura egală cu:

60° 70° 90° 105° 120°

9. Fie $ABCD$ un paralelogram și $M, N \in BD$ astfel încât $BM = MN = ND$. Arătați că $AM^2 + AN^2$ este egală cu:

AB AD DB $CM^2 + CN^2$ $BM^2 + BN^2$

10. Fie $ABCD$ un paralelogram cu $\hat{A} = 60^\circ$. Pe AD dincolo de D se ia punctul M astfel încât $DM = DC$.

Calculați unghiul \widehat{DMC} și arătați că are măsura egală cu:

30° 60° 75° 45° 90°

11. Fie $ABCD$ un paralelogram. Bisectoarele unghiurilor \hat{B} și \hat{C} se intersectează în I .

Calculați unghiul \widehat{AIB} și arătați că are măsura egală cu:

30° 60° 75° 45° 90°

12. Fie $ABCD$ un patrulater cu diagonalele AC și BD perpendiculare. Fie M, N, P mijloacele laturilor AB, BC, CD .

Calculați unghiul \widehat{MNP} și arătați că are măsura egală cu:

30° 60° 75° 45° 90°

13. Fie $ABCD$ un paralelogram în care bisectoarea lui \hat{A} intersectează segmentul $[CD]$ în punctul E , iar bisectoarea lui \hat{C} intersectează segmentul $[AB]$ în punctul F .

Demonstrați că patrulaterul $AFCE$ este paralelogram și arătați că segmentul BE este congruent cu segmentul:

DE DF DA DB AB

14. Fie $ABCD$ un patrulater cu $AC \perp BD$, $O = AC \cap BD$ și M, N, P mijloacele laturilor AB, BO, AO .

Calculați unghiul \widehat{NMP} și arătați că are măsura egală cu:

30° 60° 75° 45° 90°

15. Fie ABC un triunghi oarecare cu perimetrul egal cu 20 cm și D, E, F mijloacele laturilor AB, BC, CA . Calculați perimetrul triunghiului DEF și arătați că este egal cu:

7 cm 8 cm 9 cm 10 cm 11 cm

16. Fie ABC un triunghi cu $\hat{A} = 45^\circ$ și D, E, F mijloacele laturilor AB, BC, CD . Arătați că $\widehat{ADE} \equiv \widehat{AFE}$ și au valoarea comună egală cu:

90° 115° 120° 135° 150°

17. Fie ABC un triunghi dreptunghic în \hat{A} și D, E, F mijloacele laturilor AB, BC, CD . Calculați \widehat{DEF} și arătați că are măsura egală cu: 60° 75° 90° 105° 120°

18. Pe prelungirile laturilor $[BC]$ și $[CA]$ ale triunghiului echilateral ABC luăm punctele D și E astfel încât $CD \equiv AE \equiv AB$. Dreptele DE și AB se intersectează în F .

Demonstrați egalitatea $AB = k \cdot AF$, unde k ia valoarea:

1 2 3 4 5

19. Fie triunghiul ABC , în care $[AD]$ este mediană. Luăm P mijlocul medianei $[AD]$ și $\{N\} = CP \cap AB$.

Demonstrați egalitatea: $NB = k \cdot NA$, unde k ia valoarea:

1 2 3 4 5

20. Fie ABC un triunghi dreptunghic în A , $[AD]$ înălțimea și $[AE]$ mediana. Înălțimea din D a triunghiului ADC trece prin mijlocul medianei $[AE]$.

Demonstrați că $\hat{B} = k \cdot \hat{C}$, unde k ia valoarea:

1 2 3 4 5

21. Se consideră triunghiul isoscel ABC ($AB = AC$), M mijlocul lui AC și D un punct pe semidreapta (BM astfel încât $AB = AD$). Fie E și F mijloacele segmentelor AB și AD .

Demonstrați că $CE + CF = k \cdot EF$, unde k ia valoarea:

1 2 3 4 5

CUPRINS

	Enunțuri	Rezolvări
1. Mulțimea numerelor reale	5	178
1.1 Rădăcina pătrată a unui număr rațional	5	178
1.1.1 Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural	5	178
1.1.2 Rădăcina pătrată a pătratului unui număr rațional	7	178
1.1.3 Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural; aproximări . .	9	179
1.1.4 Algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional; aproximări	12	180
1.2 Reguli de calcul cu radicali. Scoaterea fac- torilor de sub radical; introducerea factorilor sub radical	15	180
1.3 Numere iraționale, exemple. Mulțimea numerelor reale; incluziuni $N \subset Z \subset Q \subset R$.	18	181
1.4 Modulul unui număr real. Compararea și ordonarea numerelor reale. Reprezentarea nume- relor reale pe axa numerelor prin aproximări.	21	182
1.5 Operații cu numere reale (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, puteri cu exponent întreg).		
Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$.	24	183
1.5.1 Adunarea numerelor reale	24	183
1.5.2 Scăderea numerelor reale	26	184
1.5.3 Înmulțirea numerelor reale	28	185
1.5.4 Împărțirea numerelor reale	30	185
1.5.5 Puteri cu exponent număr întreg . . .	32	186
1.5.6 Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$	34	187
1.6 Media aritmetică ponderată a n numere reale, $n \geq 2$, media geometrică a două numere reale positive	36	188

1.7	Ecuția de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbf{R} \dots$	38	188
1.8	Teste grilă de autoevaluare	39	189
	Testul 1	39	189
	Testul 2	40	190
		41	190
2.	Testul 3	42	191
	Ecuții și sisteme de ecuații liniare		
2.1	Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă; identități	42	191
2.2	Ecuții de forma $ax + b = 0$, $a \in \mathbf{R}^*$, $b \in \mathbf{R}$; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente	44	192
2.3	Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvare prin metoda substituției și / sau prin metoda reducerii	49	194
2.4	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații	55	196
		61	198
2.5	Teste grilă de autoevaluare	61	198
	Testul 1	62	198
	Testul 2	63	199
3.	Testul 3	64	200
	Elemente de organizarea datelor		
3.1.	Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Reprezentarea într-un sistem de axe perpendiculare (ortogonale) a unor perechi de numere reale. Distanța dintre două puncte din plan ..	64	200
3.2	Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice	67	201
		70	202
3.3	Probabilitatea realizării unor evenimente	72	203
3.4	Teste grilă de autoevaluare	72	203
4.	Testul 1	73	203
	Patrulare		
4.1	Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex	73	203
4.2	Paralelogram: proprietăți. Linie mijlocie în triunghi. Proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi	77	204
4.3	Paralelotope particulare: dreptunghi, romb	84	206

și pătrat. Proprietăți	84	206
4.3.1 Dreptunghi	88	207
4.3.2 Rombul	91	208
4.3.3 Pătratul		
4.4 Trapez, clasificare, proprietăți. Linie mijlocie în trapez. Trapezul isoscel, proprietăți.	94	210
4.5 Perimetre și arii: paralelogram, paralelograme particulare, triunghi, trapez	100	213
4.6 Teste grilă de autoevaluare	110	216
Testul 1	111	216
Testul 2	112	218
Testul 3	113	218
Testul 4	114	219
Testul 5	115	220
5. Cercul		
5.1 Cercul: definiție, elemente. Unghi la centru. Măsura arcelor. Coarde și arce în cerc. Proprietăți	115	220
5.2 Unghi înscris în cerc. Triunghi înscris în cerc. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Tangenta dintr-un punct exterior la un cerc. Triunghi circumscris. Patrulater circumscris.	121	222
5.3 Poligoane regulate înscrise într-un cerc (construcție, măsuri de unghiuri). Calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) în triunghi echilateral, pătrat, hexagon regulat ..	127	225
5.4 Lungimea cercului și aria discului ...	132	227
5.4 Lungimea cercului și aria discului ...	135	228
5.5 Teste grilă de autoevaluare	135	228
Testul 1	136	229
Testul 2		230
6. Asemănarea triunghiurilor		
6.1 Raportul a două segmente. Segmente proporționale. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date ...	137	230
6. 2 Teorema paralelelor echidistante. Teorema lui Thales	140	232
6.3 Reciproca teoremei lui Thales	144	233
6.4 Triunghiuri asemenea. Criterii de asemănare a triunghiurilor. Teorema fundamentală a asemănării. Raportul ariilor a două triunghiuri	146	234

asemenea	151	236
6.5 Teste grilă de autoevaluare	151	236
Testul 1	152	238
Testul 2	153	239
Testul 3	154	241
7. Relații metrice în triunghiul dreptunghic		
7.1 Proiecții ortogonale pe o dreaptă. Teorema înălțimii. Teorema catetei	154	241
7.2 Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora	160	244
7.3 Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit. Rezolvarea triunghiului dreptunghic	165	248
7.4 Teste grilă de autoevaluare	169	250
Testul 1	169	250
Testul 2	170	251
8. Teste grilă de autoevaluare finale	171	252
Testul 1	171	252
Testul 2	172	253
Testul 3	173	254
Testul 4	174	256
Testul 5	175	257
Testul 6	176	257
Testul 7	177	258