

## 2. MULȚIMI

### 2.1. Mulțimi descriere și notații.

#### Element. Relația de apartenență.

1. Scrieți mulțimea cifrelor din care sunt formate numerele:

- a) 12345    b) 13579    c) 2468    d) 4728910.

2. Scrieți mulțimea resturilor posibile ale împărțirii unui număr natural la:

- a) 5    b) 9    c) 3    d) 4    e) 7.

3. Scrieți mulțimea numerelor naturale mai mici sau egale cu 8.

4. Scrieți mulțimea numerelor naturale mai mari decât 4 și mai mici sau egale cu 12.

5. Scrieți mulțimea numerelor naturale impare mai mari decât 10 și mai mici decât 32.

6. Scrieți mulțimea numerelor naturale mai mici decât 100 și care sunt pătrate perfecte.

7. Scrieți mulțimea numerelor naturale mai mici decât 100 și care sunt multipli ai lui 12.

8. Scrieți mulțimea cifrelor pare și mulțimea cifrelor impare.

9. Se consideră mulțimea:  $A = \{0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9\}$ .

Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a)  $3 \in A$     b)  $5 \in A$     c)  $7 \in A$     d)  $9 \notin A$     e)  $2 \notin A$ .

10. Se consideră mulțimile:  $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$  și  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ . Stabiliți care din următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false:

- a)  $3 \in A$     b)  $5 \in B$     c)  $7 \in A$     d)  $9 \notin A$     e)  $8 \notin A$ .

## 2.2. Relația între două mulțimi. Submulțime.

1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a)  $\{1\} \subset \{0, 1, 2\}$                       b)  $\{0, 1, 3\} \subset \{0, 1, 2, 3, 4\}$   
c)  $\{1, 5\} \subset \{0, 1, 2, 4, 6\}$             d)  $\{0, 2, 6\} \subset \{0, 4, 5, 7\}$   
e)  $\emptyset \subset \{2, 4, 10\}$                       f)  $\{2, 4, 5\} \subset \emptyset$ .

2. Se consideră următoarele mulțimi:

$$A = \{1, 2\}, B = \{x \in \mathbf{N} \mid 0 < x < 2\}, C = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x < 3\}.$$

Stabiliți ce relații există între cele trei mulțimi.

3. Scrieți toate submulțimile mulțimilor:

- a)  $\{0, 1\}$                       b)  $\{1, 2, 3\}$                       c)  $\{1, 3, 5, 7\}$ .

4. Scrieți toate submulțimile de două elemente ale mulțimii:

- a)  $\{0, 1\}$                       b)  $\{1, 4, 9\}$                       c)  $\{2, 4, 6, 8\}$ .

5. Scrieți toate submulțimile de trei elemente ale mulțimii:

- a)  $\{1, 2, 3\}$                       b)  $\{1, 4, 9, 16\}$                       c)  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ .

6. Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2\}$  și mulțimea  $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . Determinați toate submulțimile  $X$  ale mulțimii  $B$ , cu proprietatea că  $A \subset X$ .

7. Se consideră mulțimea  $A = \{1, 2, 3\}$  și mulțimea  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ . Determinați toate mulțimile  $X$  care îndeplinesc proprietățile:  $A \subset X \subset B$ .

8. Determinați  $x \in \mathbf{N}$ , astfel încât submulțimea  $\{x, 1\}$  să fie submulțime a mulțimii  $\{1, 3, 5, 7, 10\}$ .

9. Determinați  $x \in \mathbf{N}$ , astfel încât submulțimea  $\{x, 1, 2\}$  să fie submulțime a mulțimii  $\{0, 1, 2, 3, 5\}$ .

10. Determinați  $x \in \mathbf{N}$ , astfel încât să aibă loc egalitatea:

$$\{x, 2, 3, 7\} = \{1, 2, x+2, 7\}.$$

11. Se consideră mulțimile:

$$A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 3, 6\}, C = \{5, 3, 1\}, D = \{3, 1, 5\}.$$

Precizați care dintre aceste mulțimi sunt egale.

12. Determinați  $x, y \in \mathbf{N}$ , astfel încât să aibă loc egalitatea:

$$\{x, 2, 5, 8, 11\} = \{y, 1, 2, 5, 8\}.$$

13. Determinați  $x, y, z \in \mathbf{N}$ , astfel încât să aibă loc egalitatea:

$$\{x, 3, 5, 6, 10, 1\} = \{y, z, 10, 3, 5, 8\}.$$

14. Se consideră mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbf{N} \mid 0 \leq x \leq 3\}, B = \{x \in \mathbf{N} \mid 0 \leq x \leq 2\}.$$

Stabiliți relația ce există între mulțimile  $A$  și  $B$ .

15. Determinați  $x \in \mathbf{N}$ , astfel încât mulțimea:

$$A = \{3, 2x-1, 5x-7, x+1\}$$

să aibă un singur element.

16. Determinați  $x \in \mathbf{N}$ , astfel încât mulțimea:

$$A = \{1, 5, 2x-1, 5x-4\}$$

să aibă două elemente.

17. Determinați  $x, y \in \mathbf{N}$ , astfel încât mulțimea:

$$A = \{2, 5, 4x+1, 5y-3\}$$

să aibă două elemente.

### 2.3. Mulțimile $\mathbf{N}$ și $\mathbf{N}^*$

1. Enumerați elementele fiecărei mulțimi:

- a)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 5 \leq x \leq 15\}$
- b)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 15 < x < 25\}$
- c)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*, 0 \leq x < 18\}$ .

2. Determinați mulțimile următoare:

- a)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*, 8x + 7 = 71\}$
- b)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 15x + 2 = 92\}$
- c)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*, x : 4 + 12 = 15\}$ .

3. Determinați mulțimile următoare:

- a)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*, x \mid 8\}$
- b)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x \mid 45\}$
- c)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*, x \mid 36\}$ .

4. Enumerați elementele fiecărei mulțimi:

- a)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 5 \leq x^2 \leq 45\}$
- b)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 18 < 2^x < 75\}$
- c)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*, 0 \leq 3^x < 90\}$ .

5. Determinați mulțimile următoare:

- a)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 9 \leq 2x + 1 \leq 35, x \mid 24\}$
- b)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 15 < 2x + 3 < 41, x \mid 30\}$
- c)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*, 0 \leq 3x + 1 < 28, x \mid 16\}$ .

**6. Determinați mulțimile următoare:**

- a)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 5 \leq 2x + 1 \leq 25\}$
- b)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 11 < 2x - 1 < 21\}$
- c)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*, 10 \leq 3x + 1 < 28\}$ .

**7. Determinați mulțimile următoare:**

- a)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*, 15 \leq 2x + 1 \leq 55, x : 4 \text{ este natural}\}$
- b)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 15 < 2x - 1 < 55, x : 3 \text{ este natural}\}$
- c)  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}^*, 13 \leq 3x + 1 < 37, x : 5 \text{ este natural}\}$ .

**8. Se consideră mulțimile:**  $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 7 < 2^x < 95\}$  și  $B = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 11 \leq 5x + 1 < 31\}$ . Stabiliți care din următoarele propoziții sunt adevărate și care sunt false:

- a)  $3 \in B$       b)  $4 \in A$       c)  $5 \in A$       d)  $6 \notin A$
- e)  $2 \in B$       f)  $5 \in B$       g)  $6 \in A$       h)  $7 \notin B$ .

**9. Determină mulțimile:**

- a)  $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x \text{ este cifră}, \overline{34x} \text{ se divide cu } 2\}$
- b)  $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x \text{ este cifră}, \overline{12x} \text{ se divide cu } 3\}$
- c)  $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x \text{ este cifră}, \overline{13x} \text{ se divide cu } 5\}$ .
- d)  $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x \text{ este cifră}, \overline{64x} \text{ se divide cu } 10\}$ .

**10. Determină mulțimile:**

- a)  $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x = 3^k, 1 \leq k \leq 5\}$
- b)  $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x = 2^k + 2^{k+1}, 2 \leq k < 6\}$
- c)  $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid 2^x + 2^{x+1} = 12\}$ .

## 2.4. Operații cu mulțimi: intersecție, reuniune, diferență.

1. Să se determine mulțimile  $A \cap B, A \cup B, A - B$  știind că:

- a)  $A = \{1,2,3,4\}, B = \{1,4,7,8,9\};$   
b)  $A = \{1,3,5,7,9\}, B = \{3,7,9,13,17,21\};$   
c)  $A = \{2,4,6,8,10,12\}, B = \{2,4,10,16,22\};$   
d)  $A = \{0,3,6,9,12,15\}, B = \{21,24,27\};$   
e)  $A = \{a,b,c,d,e,f,g\}, B = \{a,d,g,h,i,j\}.$

2. Se consideră mulțimile  $A, B, C$ :

$$A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 7 - k, k \in \mathbf{N}\};$$

$$B = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 10 - 3k, k \in \mathbf{N}\};$$

$$C = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 13 - 5k, k \in \mathbf{N}\}.$$

Determinați elementele mulțimilor:

- a)  $A \cup B$                       b)  $A \cup C$                       c)  $B \cup C$   
d)  $A \cap B$                       e)  $A \cap C$                       f)  $B \cap C$   
g)  $(A \cup B) \cap C$             h)  $(A \cup C) \cap B$             i)  $(B \cup C) \cap A$   
j)  $(A \cap B) \cup C$             k)  $(A \cap C) \cup B$             l)  $(B \cap C) \cup A$   
m)  $A \cup B \cup C$               n)  $A \cap B \cap C.$

3. Se consideră mulțimile  $A, B, C$ :

$$A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = k - 5, k \in \mathbf{N}, k \leq 11\};$$

$$B = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 3k - 10, k \in \mathbf{N}, k < 6\};$$

$$C = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 2k - 3, k \in \mathbf{N}, k \leq 4\}.$$

Determinați elementele mulțimilor:

- a)  $C - (A \cup B)$                 b)  $B - (A \cup C)$                 c)  $A - (B \cup C)$   
d)  $(A \cap B) - C$                 e)  $(A \cap C) - B$                 f)  $(B \cap C) - A$   
g)  $(A - B) \cap C$                 h)  $(A - C) \cap B$                 i)  $(B - C) \cap A$   
j)  $(A \cap B) \cup C$                 k)  $(A \cap C) \cup B$                 l)  $(B \cap C) \cup A$   
m)  $A \cup B \cup C$                 n)  $A \cap B \cap C$                 o)  $(A - B) - C.$

4. Se consideră mulțimile  $A, B, C, D$ :

$$A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 72 - 9k, k \in \mathbf{N}\};$$

$$B = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 30 - 3k, k \in \mathbf{N}\};$$

$$C = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 40 - 4k, k \in \mathbf{N}\};$$

$$D = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 50 - 5k, k \in \mathbf{N}\}.$$

Determinați elementele mulțimilor:

- |                             |                             |                              |
|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| a) $A - B$                  | b) $B - C$                  | c) $C - D$                   |
| d) $A \cap B$               | e) $B \cap C$               | f) $C \cap D$                |
| g) $(A \cup B) - C$         | h) $(A \cup C) - B$         | i) $(B \cup C) - D$          |
| j) $(A \cap B) - C$         | k) $(A \cap C) - B$         | l) $(B \cap C) - A$          |
| m) $A \cup B \cup C \cup D$ | n) $A \cap B \cap C \cap D$ | o) $(A \cup B \cup C) - D$ . |

5. Se consideră mulțimile  $A, B, C$ :

$$A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = k^2 - 1, k \in \mathbf{N}, k < 7\};$$

$$B = \{x \in \mathbf{N} \mid x = k^2 + 2, k \in \mathbf{N}, k \leq 4\}$$

$$C = \{x \in \mathbf{N} \mid x = k^3 + 2, k \in \mathbf{N}, k \leq 3\}.$$

Determinați elementele mulțimilor:

- |                      |                      |                           |
|----------------------|----------------------|---------------------------|
| a) $A - B$           | b) $B - C$           | c) $C - A$                |
| d) $A \cap B$        | e) $B \cap C$        | f) $C \cap D$             |
| g) $(A - B) \cup C$  | h) $(B - C) \cup A$  | i) $(C - A) \cup B$       |
| j) $(A \cap B) - C$  | k) $(A \cap C) - B$  | l) $(B \cap C) - A$       |
| m) $A \cup B \cup C$ | n) $A \cap B \cap C$ | o) $(A - B - C) \cup B$ . |

6. Se consideră mulțimile  $A, B, C$ :

$$A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = k^2 + 1, k \in \mathbf{N}, k < 5\};$$

$$B = \{x \in \mathbf{N} \mid x = k^2 + 2, k \in \mathbf{N}, k < 5\};$$

$$C = \{x \in \mathbf{N} \mid x = k^2 + 3, k \in \mathbf{N}, k < 5\}.$$

Arătați că  $A \cap B \cap C = \emptyset$ .

7. Să se determine mulțimea  $A$ , știind că:

- a)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 2n, \quad n = 2, 4, 6, 8\}$  ;
- b)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 2n - 1, \quad n = 1, 3, 5, 7\}$  ;
- c)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 3n + 1, \quad n = 1, 2, 3, 4\}$  ;
- d)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 3n + 2, \quad n = 6, 7, 8, 9\}$  ;
- e)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 5n - 1, \quad n = 3, 4, 5, 6\}$  ;
- f)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 3n + 2m, \quad n = 1, 2, 3; m = 1, 2\}$  ;
- g)  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x = 3n + m, \quad n = 1, 2; m = 2, 3\}$  .

Să se calculeze apoi în fiecare caz în parte:

$$A \cap \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ și } A \cap \{6, 7, 8, 9, 10\} .$$

**8.** Se consideră mulțimea:

- a)  $A = \{1, 2, 3, 4, x, 8, 9\}$  ;
- b)  $A = \{1, 2, 3, 4, x, 7, 9\}$
- c)  $A = \{1, 2, 3, 4, x, 7, 8\}$  .

Să se determine  $x$ , astfel încât în fiecare caz în parte să avem relația:

$$A \cup \{6, 7, 8, 9\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} .$$

**9.** Se consideră mulțimile:

$$A = \{1, 2, 3, x\} ;$$

$$B = \{1, 2, 4, y\}$$

Să se determine  $x, y$ , astfel încât să avem relația:

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4\} .$$

**10.** Se consideră mulțimea:

$$A = \{1, 3, x, 7, y, 11\} \text{ și } B = \{1, 3, 7\} .$$

Să se determine  $x, y$ , astfel încât să avem relația:

$$A - B = \{5, 9, 11\} .$$



**11.** Se consideră mulțimile:

$$A = \{1, 2, 3, 4, x, 8, 9\};$$

$$B = \{1, 2, 3, y, 5, 7, 9\}$$

$$C = \{1, 2, z, 4, 5, 7, 8\}.$$

Să se determine  $x, y, z$ , astfel încât să avem relația:

$$A \cap B \cap C = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

**12.** Se consideră mulțimile:

$$A = \{1, 2, 3, 4, x, y\} \text{ și } B = \{1, 3, 5, z\}.$$

Să se determine  $x, y, z \in \mathbf{N}$  astfel încât să aibă loc relațiile:

a)  $X \cap Y = \{1, 3, 5\};$

b)  $X \cup Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}.$

**13.** Să se determine mulțimea  $X$ , știind că:

a)  $X \cap \{3, 4, 5, 6\} = \{4, 6\};$

b)  $X \cup \{3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

**14.** Să se determine mulțimea  $X$ , știind că:

a)  $X \cap \{2, 3, 4\} = \{3\};$

b)  $X \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\};$

c)  $X$  are 3 elemente.

**15.** Să se determine mulțimea  $X$ , știind că:

a)  $X \cap \{1, 3, 4\} = \{1, 3\};$

b)  $X \cup \{2, 4\} = \{1, 2, 3, 4, 5\};$

c)  $X$  are numai elemente impare.

**16.** Să se determine mulțimea  $X$ , știind că:

a)  $X \cap \{2, 4, 5\} = \{\Phi\};$

b)  $\{1, 3\} \subset X;$

c)  $X \subset \{1, 2, 3\}.$

**17.** Să se determine mulțimea  $X$ , știind că:

- a)  $X \cup \{3,4\} = \{1,2,3,4,5\}$ ;
- b)  $X \subset \{1,2,5\}$ .

**18.** Să se determine mulțimea  $X$ , știind că:

- a)  $X \cap \{2,4\} = \{\Phi\}$ ;
- b)  $X - \{2,4\} = \{1,3,5\}$ .

**19.** Să se determine mulțimea  $X$ , știind că:

- a)  $X - \{1,5\} = \{3\}$ ;
- b) suma elementelor lui  $X$  este 4.

**20.** Să se determine mulțimea  $X$ , știind că:

- a)  $X - \{1,2\} = \{3,4\}$ ;
- b)  $X$  are trei elemente.

**21.** Să se determine mulțimea  $X$ , știind că:

- a)  $\{1,2,3,4\} - X = \{1,4\}$ ;
- b)  $X$  are două elemente.

**22.** Să se determine mulțimea  $X$ , știind că:

- a)  $X \cap \{1,3,5\} = \{1,3\}$
- b)  $X - \{2,3\} = \{1\}$ ;
- c)  $X$  are trei elemente.

**23.** Să se determine mulțimile  $X$  și  $Y$ , știind că:

- a)  $X \cup Y = \{1,2,3,4,5,6\}$ ;
- b)  $X - \{4,5,6\} = \{1,2,3\}$ ;
- c)  $X, Y$  au câte trei elemente.

**24.** Să se determine mulțimile  $X$  și  $Y$ , știind că:

- a)  $X - Y = \{2,7\}$
- b)  $X \cap Y = \{1,3,5\}$ ;



# CUPRINS

	Enunțuri	Rezolvări
<b>1. Numere naturale</b> . . . . .	5	242
<b>1.1</b> Scrierea și citirea numerelor naturale în sistemul de numerație zecimal; șirul numerelor naturale. Reprezentarea numerelor naturale pe axă. Compararea, aproximarea și ordonarea numerelor naturale; probleme de estimare . . .	5	242
<b>1.2</b> Adunarea numerelor naturale. Proprietăți. Scăderea numerelor naturale . . . . .	13	243
<b>1.3</b> Înmulțirea numerelor naturale, proprietăți. Factor comun. Ordinea efectuării operațiilor, utilizarea parantezelor . . . . .	19	244
<b>1.4</b> Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr natural; compararea puterilor care au aceeași bază sau același exponent . . . . .	23	245
<b>1.5</b> Împărțirea cu rest zero a numerelor naturale, când împărțitorul are mai mult de o cifră	30	249
<b>1.6</b> Împărțirea cu rest a numerelor naturale . . .	32	249
<b>1.7</b> Ordinea efectuării operațiilor . . . . .	35	250
<b>1.8</b> Noțiunea de divizor; noțiunea de multiplu. Divizibilitatea cu 10, 2, 5 . . . . .	36	250
<b>1.9</b> Media aritmetică a două numere naturale . .	40	251
<b>1.10</b> Ecuații și inecuații în mulțimea numerelor naturale . . . . .	41	252
<b>1.11</b> Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor și probleme de organizarea datelor . . . . .	44	253
<b>1.12</b> Operații cu numere naturale; reguli de calcul cu puteri . . . . .	47	254
<b>1.13</b> Divizor, multiplu. Criterii de divizibilitate cu 10, 2, 5, 3, 9 . . . . .	50	255
<b>1.14</b> Numere prime și numere compuse. . . . .	54	256
<b>1.15</b> Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime . . . . .	56	257
<b>1.16</b> Proprietăți ale relației de divizibilitate în <b>N</b>	57	257
<b>1.17</b> Divizori comuni a două sau mai multor numere naturale; c.m.m.d.c.; numere prime între ele . . . . .	58	258
<b>1.18</b> Multipli comuni a două sau mai multor numere naturale; c.m.m.m.c.; relația dintre		

c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c . . . . .	60	258
1.19 Probleme simple care se rezolvă folosind divizibilitatea . . . . .	62	259
<b>2. Mulțimi</b> . . . . .	64	260
2.1 Mulțimi: descriere și notații. Element. Relația de apartenență . . . . .	64	260
2.2 Relația între două mulțimi. Submulțime. . . . .	65	260
2.3 Mulțimile $N$ și $N^*$ . . . . .	67	260
2.4 Operații cu mulțimi: intersecție, reuniune, diferență . . . . .	69	261
2.5 Exemple de mulțimi finite. Exemple de mulțimi infinite . . . . .	75	262
<b>3. Numere întregi</b> . . . . .	76	263
3.1 Mulțimea numerelor întregi $Z$ ; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; valoare absolută(modulul); compararea și ordonarea numerelor întregi . . . . .	76	263
3.2 Adunarea numerelor întregi; proprietăți . . . . .	79	263
3.3 Scăderea numerelor întregi . . . . .	80	264
3.4 Înmulțirea numerelor întregi; proprietăți; mulțimea multiplilor unui număr întreg . . . . .	81	264
3.5 Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului; mulțimea divizorilor unui număr întreg . . . . .	82	264
3.6 Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural; reguli de calcul cu puteri . . . . .	84	265
3.7 Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor . . . . .	86	265
3.8 Ecuații în $Z$ ; inecuații în $Z$ . . . . .	87	266
3.9 Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor . . . . .	88	266
<b>4. Numere raționale</b> . . . . .	89	267
4.1 Frații ordinare . . . . .	89	267
4.1.1 Reprezentarea și scrierea fracțiilor . . . . .	89	267
4.1.2 Frații echiunitare, subunitare, supraunitare . . . . .	91	267
4.1.3 Aflarea unei fracții dintr-un număr natural, procent . . . . .	94	267
4.1.4 Frații echivalente. Amplificarea și simplificarea fracțiilor . . . . .	95	267
4.1.5 Reprezentarea pe axa numerelor a unei fracții ordinare . . . . .	102	-
4.2 Frații zecimale . . . . .	103	268

<b>4.2.1</b> Scrierea fracțiilor ordinare cu numitori puteri ale lui 10 sub formă de fracții zecimale. Transformarea unei fracții zecimale, cu un număr finit de zecimale nenule, într-o fracție ordinară . . .	103	268
<b>4.2.2</b> Aproximări la ordinul zecimilor / sutimilor. Compararea, ordonarea și reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor zecimale . . . . .	104	268
<b>4.2.3</b> Adunarea și scădere a fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule . . . . .	106	269
<b>4.2.4</b> Înmulțirea fracțiilor zecimale care au un număr finit de zecimale nenule . . . . .	108	269
<b>4.2.5</b> Ridicarea la putere cu exponent natural a unei fracții zecimale care are un număr finit de zecimale nenule . . . . .	109	269
<b>4.2.6</b> Ordinea efectuării operațiilor cu fracții zecimale finite . . . . .	111	270
<b>4.2.7</b> Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală. Transformarea unei fracții ordinare într-o fracție zecimală. Periodicitate . . . . .	112	270
<b>4.2.8</b> Împărțirea unei fracții zecimale finite la un număr natural. Împărțirea unui număr natural la o fracție zecimală finită. Împărțirea a două fracții zecimale finite . . . . .	113	271
<b>4.2.9</b> Transformarea unei fracții zecimale într-o fracție ordinară . . . . .	114	271
<b>4.2.10</b> Ordinea efectuării operațiilor . . . . .	115	272
<b>4.2.11</b> Media aritmetică a două fracții zecimale finite . . . . .	116	272
<b>4.2.12</b> Ecuații și inecuații; probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor . . . . .	117	273
<b>4.3</b> Mulțimea numerelor raționale pozitive . .	120	273
<b>4.3.1</b> Frații echivalente; fracție ireductibilă; noțiunea de număr rațional; forme de scriere a unui număr rațional; $\mathbf{N} \subset \mathbf{Q}$ . . . . .	120	273
<b>4.3.2</b> Adunarea numerelor raționale pozitive; scăderea numerelor raționale pozitive. . . . .	124	274
<b>4.3.3</b> Înmulțirea numerelor raționale pozitive	128	275
<b>4.3.4</b> Ridicarea la putere cu exponent natural a unui număr rațional pozitiv; reguli de calcul cu puteri . . . . .	130	276

<b>4.3.5</b> Împărțirea numerelor raționale pozitive .	131	277
<b>4.3.6</b> Ordinea efectuării operațiilor cu numere raționale pozitive . . . . .	132	277
<b>4.3.7</b> Media aritmetică ponderată a unor numere raționale pozitive . . . . .	134	278
<b>4.3.8</b> Ecuații în mulțimea numerelor raționale pozitive . . . . .	135	278
<b>4.3.9</b> Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor . . . . .	136	279
<b>4.4 Rapoarte și proporții</b> . . . . .	138	280
<b>4.4.1</b> Rapoarte; procente; probleme în care intervin procente . . . . .	138	280
<b>4.4.1.1</b> Rapoarte . . . . .	138	280
<b>4.4.1.2</b> Procente, probleme în care intervin procente . . . . .	139	280
<b>4.4.2</b> Proporții; proprietatea fundamentală a proporțiilor; aflarea unui termen necunoscut dintr- o proporție . . . . .	142	282
<b>4.4.3</b> Proporții derivate . . . . .	143	282
<b>4.4.4</b> Mărimi direct proporționale; regula de trei simplă . . . . .	144	283
<b>4.4.5</b> Mărimi invers proporționale; regula de trei simplă . . . . .	148	285
<b>4.4.6</b> Elemente de organizare a datelor; reprezentarea datelor prin grafice; probabilități	150	287
<b>4.5</b> Mulțimea numerelor raționale . . . . .	152	288
<b>4.5.1</b> Mulțimea numerelor raționale $\mathbf{Q}$ ; reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor, opusul unui număr rațional; valoarea absolută (modulul); $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$ . . . . .	152	288
<b>4.5.2</b> Operații cu numere raționale, proprietăți .	154	288
<b>4.5.2.1</b> Adunarea numerelor raționale . . . .	154	288
<b>4.5.2.2</b> Scăderea numerelor raționale . . . .	155	289
<b>4.5.2.3</b> Înmulțirea numerelor raționale . . . .	156	289
<b>4.5.2.4</b> Împărțirea numerelor raționale . . . .	157	290
<b>4.5.2.5</b> Puterea unui număr rațional cu expo- nent număr întreg; reguli de calcul cu puteri	158	290
<b>4.5.3</b> Compararea și ordonarea numerelor raționale . . . . .	160	291
<b>4.5.4</b> Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor . . . . .	161	292
<b>4.5.5</b> Ecuații de forma $ax + b = 0, a \in \mathbf{Q}^*, b \in \mathbf{Q}$	162	292
<b>4.5.6</b> Probleme care se rezolvă cu ajutorul		

ecuațiilor	163	293
<b>5. Numere reale</b>	164	294
5.1 Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect	164	294
5.2 Algoritm de extragere a rădăcinii pătrate dintr-un număr natural; aproximări	165	294
5.3 Exemple de numere iraționale; mulțimea numerelor reale $\mathbf{R}$ ; modulul unui număr real: definiție, proprietăți; compararea și ordonarea numerelor reale pe axa numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări; $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$	166	295
5.4 Reguli de calcul cu radicali; scoaterea factorilor de sub radical, introducerea factorilor sub radical	170	296
5.5 Operații cu numere reale, raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$ sau $a \pm \sqrt{b}$ , $a, b \in \mathbf{N}^*$	172	297
5.6 Media geometrică a două numere reale pozitive	176	299
5.7 $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$ . Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări. Modulul unui număr real. Intervale de numere reale	177	299
<b>6. Calcul algebric</b>	184	303
6.1 Calcule cu numere reale reprezentate prin litere: adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere, reducerea termenilor asemenea	184	303
6.2 Formule de calcul prescurtat	187	303
6.3 Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în $\mathbf{R}$	190	304
6.4 Ecuații de forma $x^2 = a$ , unde $a \in \mathbf{Q}$	193	306
6.5 Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere; operații cu acestea	194	307
6.6 Inegalități	199	311
<b>7. Elemente de organizare a datelor</b>	201	314
7.1 Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Reprezentarea într-un sistem de axe perpendiculare (ortogonale) a unor perechi de numere întregi	201	314
7.2 Reprezentarea punctelor în plan cu ajutorul sistemului de axe ortogonale; distanța dintre două puncte din plan	202	314



7.3	Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice . . . . .	203	314
7.4	Probabilitatea realizării unor evenimente . . . . .	204	314
<b>8.</b>	<b>Funcții</b> . . . . .	206	315
8.1	Noțiunea de funcție . . . . .	206	315
8.2	Funcții definite pe mulțimi finite exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului . . . . .	207	316
8.3	Funcții de tipul $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ , $f(x) = ax + b$ , $a, b \in \mathbf{R}$ , unde $A = \mathbf{R}$ sau o mulțime finită; reprezentarea geometrică a graficului funcției $f$ ; interpretare geometrică . . . . .	209	316
<b>9.</b>	<b>Ecuatii, inecuatii și sisteme de ecuații</b> . . . . .	212	318
9.1	Proprietăți ale relației de egalitate în mulțimea numerelor reale . . . . .	212	318
9.2	Ecuatii de forma $ax + b = 0$ , $a \in \mathbf{R}^*$ , $b \in \mathbf{R}$ mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente . . . . .	213	319
9.3	Proprietăți ale relației de inegalitate „ $\leq$ ” pe mulțimea numerelor reale . . . . .	217	319
9.4	Inecuații de forma $ax + b > 0$ , ( $<$ , $\leq$ , $\geq$ ) cu $x$ în $\mathbf{Z}$ . . . . .	218	320
9.5	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor . . . . .	219	320
9.6	Ecuatii de forma $ax + by + c = 0$ , unde $a, b, c$ sunt numere reale, $a \neq 0$ , $b \neq 0$ . . . . .	222	322
9.7	Sisteme de două ecuații de gradul I cu două necunoscute; rezolvare prin metoda substituției și / sau prin metoda reducerii; interpretare geometrică . . . . .	223	322
9.8	Ecuatii de forma $ax^2 + bx + c = 0$ , unde $a, b, c \in \mathbf{R}$ , $a \neq 0$ . . . . .	226	324
9.9	Inecuații de forma $ax + b > 0$ , ( $<$ , $\leq$ , $\geq$ ), unde $a$ și $b$ sunt numere reale . . . . .	228	325
9.10	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații . . . . .	231	327
<b>10</b>	<b>Teste grilă de autoevaluare finale</b> . . . . .	233	328

Testul 1	.....	233	328
Testul 2	.....	234	329
Testul 3	.....	235	329
Testul 4	.....	236	329
Testul 5	.....	237	330
Testul 6	.....	238	331
Testul 7	.....	239	332
Testul 8	.....	240	333
Testul 9	.....	241	333