3. METODE DE NUMĂRARE
3.1 MULŢIMI FINIT ORDONATE

1. Să se calculeze cardinalul mulţimii:

a) $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ b) $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 6x + 9 = 0\}$

c) $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + x + 2 = 0\}$ d) $\{x \in \mathbf{R} \mid x^3 - x^2 = 0\}$

e) $\{x \in \mathbf{R} \mid x^4 + x^2 = 0\}$ f) $\{x \in \mathbf{R} \mid x^3 - x = 0\}$.

2. Să se determine cardinalul mulţimii:

a) $\{x \in \mathbf{N} \mid x = 9 - 2k,\ k \in \mathbf{N}\}$ b) $\{x \in \mathbf{N} \mid x = 20 - k^2,\ k \in \mathbf{N}\}$

c) $\{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ divide } 6\}$ d) $\{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ divide } 15\}$

e) $\{x \in \mathbf{N} \mid x + 1 \text{ divide } 12\}$ f) $\{x \in \mathbf{N} \mid x - 1 \text{ divide } 24\}$.

3. Să se determine cardinalul mulţimii:

a) $\left\{x \in \mathbf{N} \mid \dfrac{6}{x+1} \in \mathbf{N}\right\}$ b) $\left\{x \in \mathbf{Z} \mid \dfrac{3x+1}{x+1} \in \mathbf{N}\right\}$;

c) $\left\{x \in \mathbf{N} \mid \dfrac{5x-7}{x-1} \in \mathbf{Z}\right\}$ d) $\left\{x \in \mathbf{Z} \mid \dfrac{x^2+x+1}{x-1} \in \mathbf{Z}\right\}$.

e) $\left\{x \in \mathbf{Z} \,\middle|\, x = \dfrac{5n-1}{2n+1},\ n \in \mathbf{N}\right\}$ f) $\left\{x \in \mathbf{Z} \,\middle|\, x = \dfrac{6n-7}{2n+1},\ n \in \mathbf{N}\right\}$;

4. Să se determine cardinalul mulţimii:

a) $\{x \in \mathbf{R} \mid |x-1| + |x-2| = 2\}$ b) $\{x \in \mathbf{R} \mid |x+5| - |x+2| = 3\}$

c) $\{x \in \mathbf{R} \mid |x - |x-2|| = 2\}$ d) $\{x \in \mathbf{R} \mid |x + |x+1|| = 5\}$.

5. Să se determine cardinalul mulţimii:

a) $\{x \in \mathbf{R} \mid [x] = \{x\}\}$ b) $\left\{x \in \mathbf{R} \,\middle|\, [x+1] = \dfrac{x+3}{2}\right\}$

c) $\{x \in \mathbf{R} \mid 3^x + 9^x = 90\}$ d) $\{x \in \mathbf{R} \mid 2^x + 4^x = 72\}$.

6. Să se determine cardinalul mulţimii:

a) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid \max(x+2, 5-x)=5\right\}$

b) $\left\{x \in \mathbf{Z} \mid \min(x+2, 3-x)=0\right\}$

c) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid \sqrt{x-2}+\sqrt{x-4}=0\right\}$

d) $\left\{x \in \mathbf{N} \mid \sqrt[3]{11x-6}+\sqrt{3x-1}=1\right\}$.

7. Să se determine cardinalul mulţimii:

a) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid x^2+mx+1=0\right\}$ b) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid x^2-x+m=0\right\}$

c) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid x^2-mx+m=0\right\}$ d) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid x^2+mx-m=0\right\}$

unde $m \in \mathbf{R}$. Discuţie.

8. Să se determine cardinalul mulţimii:

a) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid mx^2+mx+1=0\right\} \cap \{-1, 1\}$;

b) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid x^2+mx+1=0\right\} \cap [1, +\infty)$;

c) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid (m+2)x^2-2(m+1)x+m+1=0\right\} \cap [-1, 1]$,

unde $m \in \mathbf{R}$. Discuţie.

9. Să se determine $m \in \mathbf{R}$ astfel încât cardinalul mulţimii:

a) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid mx^2-(2m+1)x+7=0\right\} \cap (0, \infty)$;

b) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid (m-1)x^2-(2m+1)x+1=0\right\} \cap [-2, 1]$

c) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid mx^2-mx+2=0\right\} \cap (-\infty, 5)$

să fie egal cu 0.

10. Să se determine $m \in \mathbf{R}$ astfel încât cardinalul mulţimii:

a) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid x^2-(m+1)x-m+1=0\right\} \cap \{-1, 0\}$;

b) $\left\{x \in \mathbf{R} \mid mx^2-(m-2)x+1=0\right\} \cap (0, \infty)$;

c) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + mx + 2m - 1 = 0\right\} \cap [-2, 2]$;
să fie egal cu 1.

11. Să se determine $m \in \mathbf{R}$ astfel încât cardinalul mulţimii:
a) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - (5m-4)x + m + 1 = 0\right\} \cap (-\infty, 0)$;
b) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - (2m+3)x - m + 1 = 0\right\} \cap (-\infty, 2]$;
c) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - (2m-1)x + m + 1 = 0\right\} \cap (1, \infty)$
să fie egal cu 2.

12. Să se determine $m \in \mathbf{R}$ astfel încât cardinalul mulţimii:
a) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + mx + 1 = 0\right\} \cap \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + x + m = 0\right\}$;
b) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - (m+2)x + m + 1 = 0\right\} \cap$
$\cap \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - (m+4)x + m + 3 = 0\right\}$
c) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| 3x^2 - (m+2)x + 2 = 0\right\} \cap$
$\cap \left\{x \in \mathbf{R} \middle| 2x^2 - (m+1)x + 4 = 0\right\}$
să fie egal cu 1.

13. Să se arate că mulţimile :
a) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - (a+b)x - c(a+b+c) = 0\right\} \cap$
$\cap \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - (a+c)x - b(a+b+c) = 0\right\}$;
b) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - (a+b+c)x + ab + ac = 0\right\} \cap$
$\cap \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - (2a+c)x + a^2 + ac = 0\right\}$;
c) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - 2ax + a^2 - (b-c)^2 = 0\right\} \cap$
$\cap \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - 2cx + c^2 - (a-b)^2 = 0\right\}$
au cardinalul diferit de 0, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbf{R}$.

14. Să se determine $m \in \mathbf{R}$ astfel încât mulţimea :

a) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - mx + m = 0\right\} \cup \left\{x \in \mathbf{R} \middle| mx^2 - x + m = 0\right\}$;

b) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + mx + 1 = 0\right\} \cup \left\{x \in \mathbf{R} \middle| 4x^2 + 8x + m^2 = 0\right\}$;

c) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + mx + 2 = 0\right\} \cup \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + 2x + m = 0\right\}$

să aibă cardinalul egal cu 4.

15. Să se determine $m \in \mathbf{R}$ astfel încât mulţimea :

a) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + mx + 1 = 0\right\} \cup \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + 2mx - 1 = 0\right\}$;

b) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + mx - 4 = 0\right\} \cup \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + 2x - 2m = 0\right\}$;

c) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + (m+1)x - 1 = 0\right\} \cup \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - 3x + 2 = 0\right\}$

să aibă cardinalul egal cu 2.

16. Să se determine $m \in \mathbf{R}$ astfel încât mulţimea :

a) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - 4x + m^2 = 0\right\} \cup \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + 4x + m = 0\right\}$;

b) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + mx + 4 = 0\right\} \cup \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + x + m = 0\right\}$;

c) $\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 + x + m = 0\right\} \cup \left\{x \in \mathbf{R} \middle| 2x^2 + x + m = 0\right\}$

să aibă cardinalul egal cu 0.

17. Să se arate că oricare ar fi $m \in \mathbf{R}$, mulţimea:

$$\left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - 4x + m^2 = 0\right\} \cap \left\{x \in \mathbf{R} \middle| x^2 - mx + 1 = 0\right\}$$

are cardinalul egal cu 0.

18. Să se scrie mulţimile ordonate care se pot forma cu elementele mulţimii:

a) $A = \{1\}$ b) $A = \{1, 2\}$ c) $A = \{1, 2, 3\}$ d) $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

19. Se consideră mulţimea:

a) $A = \{1, 2\}$ b) $A = \{1, 2, 3\}$ c) $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

Să se scrie în fiecare caz în parte toate mulţimile ordonate în care primul element este 1.

20. Se consideră mulţimea:

a) $A=\{1, 2, 3\}$ b) $A=\{1, 2, 3, 4\}$ c) $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Să se scrie în fiecare caz în parte toate mulţimile ordonate în care primele două elemente sunt 1 şi 2.

21. Să se determine numărul funcţiilor:

a) $f:\{1\}\to\{1, 2\}$ b) $f:\{1\}\to\{1, 2, 3\}$

c) $f:\{2, 4\}\to\{1, 3\}$ d) $f:\{1, 3\}\to\{2, 4, 6\}$

e) $f:\{3, 5\}\to\{1, 3, 9\}$ f) $f:\{1, 3, 8\}\to\{1, 5, 9\}$.

22. Se consideră mulţimile:

a) $A=\{1, 2\}$ şi $B=\{3, 4\}$

b) $A=\{1, 2, 3\}$ şi $B=\{a, b, c\}$

c) $A=\{1, 2, 3, 4\}$ şi $B=\{5, 6, 7, 8\}$.

Să se determine în fiecare caz în parte:

1) Câte funcţii $f:A\to B$ există.
2) Câte funcţii $f:A\to B$ injective există.
3) Câte funcţii $f:A\to B$ surjective există.
4) Câte funcţii $f:A\to B$ bijective există.

23. Să se arate că oricare ar fi $a, b, c\in\mathbf{R}$ mulţimea:

$$\left\{x\in\mathbf{R}\,\middle|\,x^2-(a+b)x-c(a+b+c)=0\right\}\cap$$
$$\cap\left\{x\in\mathbf{R}\,\middle|\,x^2-(a+c)x-b(a+b+c)=0\right\}$$

are cardinalul cel puţin 1.

24. Să se arate că oricare ar fi $m\in\mathbf{R}$, mulţimea :

$$\left\{x\in\mathbf{R}\,\middle|\,x^2+mx+2=0\right\}\cup\left\{x\in\mathbf{R}\,\middle|\,x^2+8x+2m^2=0\right\}$$

are cardinalul egal cu 2.

3.2 PERMUTĂRI

1. În câte moduri pot fi aşezate 5 cărţi pe un raft?

2. Să se calculeze în câte moduri poate fi ordonată mulţimea $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, astfel încât 1 să fie pe prima poziţie.

3. Să se calculeze în câte moduri poate fi ordonată mulţimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, astfel încât 1 să fie pe prima poziţie şi 2 pe poziţia a doua.

4. Câte numere cu cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5?

5. Câte numere cu cifre distincte se pot forma cu cifrele 0, 1, 2, 3, 4?

6. Un tramvai are 3 vagoane. Să se calculeze în câte moduri pot fi aşezate vagoanele pentru formarea tramvaiului.

7. Să se calculeze câte numere cu cifre distincte se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5 astfel încât suma primelor două cifre să fie egală cu 3.

8. Câte numere cu cifre distincte se pot forma cu cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5 astfel încât suma primelor două cifre să fie 3?

9. La faza finală a unui concurs de gimnastică participă 6 concurenţi.

Câte posibilităţi de stabilire a clasamentului final există?

10. Într-o clasă sunt 10 băieţi şi 15 fete. Băieţii au 10 bănci în care sunt aşezaţi numai băieţi, iar fetele au 15 bănci în care sunt aşezate numai ele.

În câte moduri pot fi aşezaţi cei 25 de copii în bănci?

11. Câte numere cu cifre distincte pot fi formate cu cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5 astfel încât prima cifră să fie 5 şi ultima cifră să fie 0?

12. Câte numere pot fi formate cu cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 astfel încât cifrele să fie distincte, suma primelor două cifre să fie 4 şi ultima cifră să fie 3?

13. Câte numere pot fi formate cu cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 astfel încât cifrele să fie distincte, iar suma ultimilor două cifre să fie 5?

14. Să se calculeze:
a) $3!$ b) $5!$ c) $8!$ d) $6!-5!$ e) $4!+5!$.

15. Să se calculeze:
a) $\frac{10!}{6!}$ b) $\frac{25!}{24!}$ c) $\frac{4!+6!}{4!}$ d) $\frac{7!-6!}{6!}$ e) $\frac{5!-4!}{3!}$.

16. Să se calculeze:
a) $\frac{n!}{(n-1)!}$ b) $\frac{n!}{(n+1)!}$ c) $\frac{n!+(n-1)!}{(n+1)!}$ d) $\frac{(n+2)!}{n!}$.

17. Să se rezolve în **N** ecuaţiile:
a) $(n+1)!=10n!$ b) $(n+2)!=30n!$ c) $(n+1)!=24(n+1)$.

18. Să se rezolve în **N** ecuaţiile:
a) $(n+2)!+(n+1)!=35n!$ b) $(n+2)!+(n+1)!=48n!$

19. Să se rezolve în **N** ecuaţiile:
a) $(n+1)!-n!=96$ b) $(n+1)!-n!=18$.

20. Să se rezolve în **N** ecuaţiile:
a) $\frac{(n+2)!}{n!}=90$ b) $\frac{n!}{(n+2)!}=\frac{1}{20}$ c) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}=56$.

21. Să se rezolve în **N** ecuaţiile:
a) $\frac{1}{n!}+\frac{1}{(n+1)!}=\frac{25}{(n+2)!}$ b) $\frac{1}{n!}+\frac{2}{(n+1)!}=\frac{42}{(n+2)!}$.

22. Să se rezolve în **N** inecuaţiile:
a) $n! < 8$ b) $(n+1)! < 100$ c) $10 < (n+1)! < 100$.

23. Să se rezolve în **N** inecuaţiile:
a) $(n+1)! < 15n!$ b) $(n+2)! \leq 20n!$ c) $(n+1)! \leq 35(n+1)$.

24. Să se rezolve în **N** inecuaţiile:
a) $(n+2)! + (n+1)! \leq 25n!$ b) $(n+2)! + (n+1)! \leq 50n!$

25. Să se rezolve în **N** ecuaţiile:
a) $(n+1)! - n! < 50$ b) $(n+1)! - n! < 100$.

26. Să se rezolve în **N** ecuaţiile:
a) $\dfrac{(n+2)!}{n!} < 60$ b) $\dfrac{n!}{(n+2)!} < \dfrac{1}{40}$ c) $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!} \leq 81$.

27. Să se calculeze sumele următoare:
a) $\sum_{k=1}^{n} k! \cdot k$; b) $\sum_{k=1}^{n} (k+1)^2 \cdot k!$;
c) $\sum_{k=1}^{n} (k-1)^2 \cdot k!$; d) $\sum_{k=1}^{n} (k^2+1) \cdot k!$;
e) $\sum_{k=1}^{n} (k^2+k+1)^2 \cdot k!$; f) $\sum_{k=1}^{n} \dfrac{k}{(k+1)!}$;
g) $\sum_{k=1}^{n} \dfrac{k^2+k-1}{(k+2)!}$; h) $\sum_{k=1}^{n} \dfrac{k+2}{k! + (k+1)! + (k+2)!}$.

3.3 ARANJAMENTE

1. Într-o clasă cu 25 de bănci intră 3 elevi. În câte moduri se pot aşeza în bănci cei 3 elevi?

2. Într-un raft al unei biblioteci sunt 4 locuri libere pentru a pune 4 cărţi. Având 10 cărţi la dispoziţie, în câte moduri le putem aranja în cele 4 locuri libere de pe raft?

3. Să se determine numărul de prefixe de telefon de 3 cifre distincte care se pot forma.

4. Să se determine numărul de numere de telefon de 6 cifre distincte care se pot forma.

5. O grupă de studenţi are de programat 4 examene în 15 zile, cât ţine sesiunea de examene. Şă se determine în câte moduri se pot programa cele 4 examene.

6. Să se calculeze câte numere de trei cifre distincte există.

7. Să se calculeze câte numere de cinci cifre distincte care să înceapă cu 1 există.

8. Să se calculeze câte numere de patru cifre distincte, care să înceapă cu 2 şi să se termine cu 9 există.

9. Să se calculeze câte numere de cinci cifre se pot forma astfel încât primele două cifre să fie 12.

10. La un concurs de matematică participă 50 de elevi de la diverse şcoli şi se acordă trei premii (1, 2 şi 3).
Să se determine numărul de posibilităţi de acordare a premiilor.

11. Un elev trebuie să dea 3 examene în 10 zile. Să se determine în câte moduri poate da elevul aceste examene?

12. Un student trebuie să dea 3 examene în 15 zile, iar un examen îl dă obligatoriu în prima zi. În câte moduri pot fi aranjate cele trei examene?

13. Cifrul unei genţi diplomat are 4 poziţii formate fiecare din cifre de la 0 la 9 distincte. În câte moduri poate fi format cifrul?

14. Să se determine aranjamentele de un element ale mulţimii:

a) $\{1,2\}$ b) $\{3,4,5\}$ c) $\{a,b,c,d\}$.

15. Să se determine aranjamentele de două elemente ale mulţimii:

a) $\{1,2,3\}$ b) $\{3,4,5,6\}$ c) $\{a,b,c,d,e\}$.

16. Să se calculeze:

a) A_5^2 b) A_6^3 c) A_8^4 d) A_7^5 e) A_{10}^2 f) A_{12}^3.

17. Să se calculeze:

a) A_n^2 b) A_{n+1}^3 c) A_{2n}^3 d) A_{2n+1}^4 e) A_{3n-1}^5.

18. Să se calculeze:

a) A_n^{n-3} b) A_{n+1}^n c) A_{2n}^n d) A_{2n+1}^{n-1} e) A_{3n-1}^n.

19. Să se calculeze:

a) $\dfrac{A_n^3+A_n^4}{A_n^2}$ b) $\dfrac{A_n^2+A_n^4}{A_n^3}$ c) $\dfrac{A_n^6+A_n^4}{A_n^3}$ d) $\dfrac{A_n^2+A_n^4}{A_n^5}$.

20. Să se rezolve ecuaţiile:

a) $A_x^2=42$ b) $A_{x+1}^2=72$ c) $A_{x+1}^3=10A_x^2$

d) $A_{x+1}^5=42A_{x-1}^3$ e) $A_x^4=72A_x^2$ f) $A_{x-1}^6=36A_{x-2}^4$.

21. Să se rezolve ecuaţiile:

a) $A_{x+1}^2+A_x^2=162$ b) $A_{x+1}^2+A_x^1=63$

c) $A_{x+1}^3-A_x^2=56A_x^1$ d) $A_{x+1}^3-A_{x+1}^2=70A_x^1$.

22. Să se rezolve ecuaţiile:

a) $A_{x+1}^2+A_x^2+A_{x-1}^2=218$ b) $A_x^4+A_x^3=80A_{x-1}^2$.

23. Să se rezolve inecuaţiile:

a) $A_x^2<40$ b) $A_x^2+A_x^1<50$ c) $A_{x+1}^3<10A_x^2$

d) $A_x^3+A_x^2\le 7xA_{x-1}^1$ e) $A_x^2+A_{x-1}^2+A_{x-2}^2\le 130$.

24. Să se rezolve sistemele de ecuaţii:

a) $\begin{cases} A_x^y = 5A_{x-1}^{y-1} \\ A_{x+1}^y = A_x^{y+1} \end{cases}$ b) $\begin{cases} A_x^y = 8A_{x-1}^{y-1} \\ A_{x+1}^y = 6A_{x+1}^{y-1} \end{cases}$ c) $\begin{cases} A_x^{y+1} = 4A_x^y \\ A_{x-1}^{y+1} = 3A_{x-1}^y \end{cases}$.

3.4 COMBINĂRI

1. Într-o clasă sunt 25 de elevi, din care se aleg 3 elevi în conducerea clasei. Să se determine în câte moduri se poate face alegerea.

2. Lotul unei echipe de handbal are 18 jucători, iar echipa trebuie formată din 7 jucători. Să se determine în câte moduri se poate alcătui echipa.

3. Într-o clasă sunt 12 fete şi 14 băieţi. Pentru olimpiadă trebuie selectate 3 fete şi trei băieţi. Să se determine în câte moduri poate fi făcută alegerea.

4. Să se determine în câte moduri putem selecta un comitet de părinţi format din 5 membri din cei 35 de părinţi ai elevilor unei clase.

5. Avem 10 cărţi pe care vrem să le aşezăm pe 2 rafturi. Pe primul raft pot fi aranjate 6 cărţi, iar pe al doilea raft 4 cărţi. Să se determine în câte moduri pot fi aranjate cărţile pe cele 2 rafturi.

6. Să se determine în câte moduri pot fi formate grupe de 6 elevi, din care 4 băieţi şi 2 fete, ştiind că băieţi sunt 12 şi fete sunt 8.

7. Din 10 persoane, din care 6 bărbaţi şi 4 femei, se formează o delegaţie de 5 persoane, din care 3 bărbaţi şi 2 femei. Să se determine în câte moduri se poate forma delegaţia.

8. Din 12 persoane, din care 7 bărbaţi şi 5 femei, se alcătuieşte o delegaţie de 5 persoane, dintre care cel puţin o femeie. Să se determine în câte moduri se poate alcătui delegaţia.

9. Să se scrie toate submulţimile de două elemente ale mulţimii:

a) $\{1, 2, 3\}$ b) $\{a, b, c, d\}$ c) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

10. Să se scrie toate submulţimile de trei elemente ale mulţimii:

a) $\{1, 2, 3, 4\}$ b) $\{a, b, c, d, e\}$ c) $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

11. Să se calculeze:

a) C_5^2 b) C_9^3 c) C_{12}^3 d) C_8^4 e) C_{10}^5.

12. Să se calculeze:

a) C_n^3 b) C_{n+1}^4 c) C_n^{n-3} d) C_{2n+1}^{2n-1} e) C_{n+5}^{n+1}.

13 . Să se calculeze:

a) $\dfrac{C_n^3 + C_n^4}{C_n^2}$ b) $\dfrac{C_n^2 + C_n^4}{C_n^1}$ c) $\dfrac{C_n^6 + C_n^2}{C_n^3}$ d) $\dfrac{C_n^3 + C_n^4}{C_n^5}$.

14. Să se rezolve următoarele ecuaţii:

a) $C_x^3 = 2 \cdot C_x^2$; b) $C_x^{x-3} = 2 \cdot C_x^2$;

c) $C_{x+1}^{x-1} = 21$; d) $C_{x+8}^{x+3} = 5 \cdot A_{x+6}^3$;

e) $5 \cdot C_x^3 = C_{x+2}^4$; f) $C_{x+4}^{x+1} - C_{x+3}^x = 15(x+2)$;

g) $3 \cdot C_{2x}^{x-1} = 5 \cdot C_{2x-1}^x$; h) $C_{x+3}^{x+1} = x^2 - 4$;

i) $13 \cdot C_{2x}^{x+1} = 7 \cdot C_{2x+1}^{x-1}$; j) $C_x^1 + 2 \cdot C_x^2 + 3 \cdot C_x^3 = 154$;

k) $C_{x-2}^2 + C_{x-3}^2 + C_{x-4}^2 = 19$; l) $30 \cdot C_{x-3}^{x-9} = 19 \cdot A_{x-4}^4$;

m) $\dfrac{1}{C_4^x} - \dfrac{1}{C_5^x} = \dfrac{1}{C_6^x}$; n) $\dfrac{1}{P_{x-1}} - \dfrac{1}{P_x} = \dfrac{(x-1)^3}{P_{x-1}}$.

CUPRINS

	Enunţuri	Rezolvări
1. Mulţimi de numere	5	163
1.1 Numere reale	5	163
1.1.1 Puteri cu exponent întreg	5	163
1.1.2 Radical dintr-un număr raţional, $n \geq 2$, proprietăţi ale radicalilor	7	163
1.1.3 Puteri cu exponent raţional	11	164
1.1.4 Puteri cu exponent real. Aproximări raţionale pentru numere iraţionale sau reale	13	164
1.2 Logaritmi	14	164
1.3 Mulţimea numerelor complexe	18	165
1.4 Interpretarea geometrică a numerelor complexe	22	166
1.5 Rezolvarea de ecuaţii în **C**	24	167
1.6 Numere complexe sub formă trigonometrică	29	170
1.7 Rădăcinile de ordinul n ale unui număr complex. Ecuaţii binome	33	174
1.8 Teste de evaluare	35	177
Testul 1	35	177
Testul 2	36	178
2. Funcţii şi ecuaţii	37	179
2.1 Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate. Funcţii inversabile	37	179
2.2 Funcţia putere cu exponent natural	43	181
2.3 Funcţia radical	44	181
2.4 Funcţia exponenţială	46	181
2.5 Funcţia logaritmică	48	182
2.6 Funcţii trigonometrice directe şi inverse . . .	50	182
2.6.1 Funcţii trigonometrice directe	50	182
2.6.2 Funcţii trigonometrice inverse	53	184
2.7 Ecuaţii, inecuaţii şi sisteme de ecuaţii iraţionale	57	186
2.8 Ecuaţii, inecuaţii şi sisteme de ecuaţii exponenţiale şi logaritmice	66	192
2.9 Ecuaţii, inecuaţii şi sisteme de ecuaţii trigonometrice	82	198
2.10 Teste de evaluare		
Testul 1	98	219
Testul 2		

		98	219
	Metode de numărare	99	220
3.	**3.1** Mulţimi finit ordonate	100	221
	3.2 Permutări	100	221
	3.3 Aranjamente	105	222
	3.4 Combinări	107	223
	3.5 Teste de evaluare	110	224
	Testul 1	119	228
	Testul 2	119	228
	Matematici financiare	120	229
4.	**4.1** Elemente de calcul financiar	121	230
	4.1.1 Procente	121	230
	4.1.2 Dobânzi	121	230
	4.1.3 Taxa pe valoarea adăugată	124	231
	4.2 Elemente de statistică matematică	125	231
	4.3 Elemente de probabilităţi	126	232
	4.3.1 Evenimente aleatoare egal probabile . .	128	233
	4.3.2 Operaţii cu evenimente	128	233
	4.3.3 Probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile	129	233
	4.3.4 Probabilităţi condiţionate	130	233
	4.3.5 Evenimente independente	133	235
	4.3.6 Schema lui Poisson şi schema lui Bernoulli	135	236
	4.4 Variabile aleatoare	136	236
	4.5 Teste de evaluare	137	237
	Testul 1	139	238
	Testul 2	139	238
	Geometrie	140	238
5.	**5.1** Reper cartezian în plan, coordonate carteziene în plan, distanţa dintre două puncte în plan	141	239
	5.2 Coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector şi un număr real	141	239
	5.3 Coliniaritate, coordonatele punctului care împarte un segment într-un raport dat	144	240
	5.4 Ecuaţii ale dreptei în plan	145	240
	5.5 Condiţii de paralelism, condiţii de perpendicularitate a două drepte din plan,	146	241
	calcule de distanţe şi arii	149	241

5.6 Teste de evaluare	154	244
Testul 1	154	244
Testul 2	155	245
Testul 3	156	245
6. Teste finale de evaluare	157	247
Testul 1	157	247
Testul 2	158	247
Testul 3	159	248
Testul 4	160	249
Testul 5	161	249
Testul 6	162	250