## 1.4 Limite de funcții

### 1.4.1 Limita unei funcții într-un punct, limite laterale

**Definiție.** Se consideră funcția $f: D \to \mathbf{R}$ și $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru *D*. Spunem că funcția $f$ are **limită** în punctul $a$ dacă există numărul $L \in \overline{\mathbf{R}}$ cu proprietatea că pentru orice vecinătate *V* a lui *L*, există o vecinătate $U$ a lui $a$, astfel încât pentru orice $x \in D \cap (U - \{a\})$ avem $f(x) \in V$.

Notăm limita funcției $f$ în punctul $a$ cu $\lim\limits_{x \to a} f(x)$.

**Teoremă.** Se consideră funcția $f: D \to \mathbf{R}$ și $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru *D*. Atunci funcția $f$ are **limită** în punctul $a$ dacă și numai dacă există numărul $L \in \overline{\mathbf{R}}$ astfel încât, pentru orice șir $(a_n)_{n \geq 1}, a_n \in D$ și care are limita *a*, șirul $(f(a_n))_{n \geq 1}$ are limita *L*.

**Observație**. Dacă funcția $f: D \to \mathbf{R}$ are limită în *a*, punct de acumulare pentru *D*, atunci limita este unică.

**Exemplu**. Pentru funcția $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}, f(x) = x + 3$, avem: $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 4$, deoarece pentru orice șir $(a_n)_{n \geq 1}, a_n \to 1$, șirul $(f(a_n))_{n \geq 1}, f(a_n) = a_n + 3$ converge către $1 + 3 = 4$.

**Definiție.** Se consideră funcția $f: D \to \mathbf{R}$ și $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru *D*. Spunem că funcția $f$ nu are **limită** în punctul $a$ dacă este îndeplinită una din situațiile:

a) $(\exists)(a_n)_{n \geq 1}, a_n \in D - \{a\}, a_n \to a$, astfel încât $(f(a_n))_{n \geq 1}$ să nu aibă limită.

b) $(\exists)(a_n)_{n \geq 1}, (b_n)_{n \geq 1,}\ a_n, b_n \in D - \{a\}, a_n \to a, b_n \to a,$ astfel încât șirurile $(f(a_n))_{n \geq 1}$ și $(f(b_n))_{n \geq 1,}$ să aibă limite diferite.

**Exemplu**. Fie funcția $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}, f(x) = \sin x$ și $a = +\infty$. Considerăm șirurile cu termenul general $a_n = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ și $b_n =$

$= 2n\pi$. Prin calcul $f(a_n) = 1$ și $f(b_n) = 0$ și deci nu există $\lim\limits_{x\to\infty} \sin x$.

**Definiție.** Se consideră funcția $f: D \to \mathbf{R}$ și $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru *D*. Spunem că funcția $f$ are **limită la stânga** în punctul $a$ dacă și numai dacă există numărul $L_s \in \overline{\mathbf{R}}$ astfel încât, pentru orice șir $(a_n)_{n\geq 1}, a_n \in D - \{a\}, a_n < a$ și care are limita *a*, șirul $(f(a_n))_{n\geq 1}$ are limita $L_s$.

**Notație**. Pentru limita la stânga a funcției *f* în punctul *a* putem folosi una din notațiile:

$$\boxed{L_s = \lim_{\substack{x\to a\\ x<a}} f(x).}$$

**Definiție.** Se consideră funcția $f: D \to \mathbf{R}$ și $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru *D*. Spunem că funcția $f$ are **limită la dreapta** în punctul $a$ dacă și numai dacă există numărul $L_d \in \overline{\mathbf{R}}$ astfel încât, pentru orice șir $(a_n)_{n\geq 1}, a_n \in D - \{a\}, a_n > a$ și care are limita *a*, șirul $(f(a_n))_{n\geq 1}$ are limita $L_d$.

**Notație**. Pentru limita la dreapta a funcției $f$ în punctul *a* putem folosi una din notațiile:

$$\boxed{L_d = \lim_{\substack{x\to a\\ x>a}} f(x).}$$

**Exemplu**. Pentru funcția $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}, f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 1 \\ x-1, & x > 1 \end{cases}$ avem: $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} (x+1) = 2,\ \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} (x-1) = 1.$

**Definiție.** Se consideră funcția $f: D \to \mathbf{R}$ și $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru *D*. Spunem că funcția $f$ are **limită** în punctul $a$ dacă și numai dacă limitele laterale ale funcției în punctul $a$ există și sunt egale.

**Exemplu**. Pentru funcția $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}, f(x) = \begin{cases} -x+1, & x \le 0 \\ x+1, & x > 0 \end{cases}$ avem:

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} (-x+1) = 1,\ \lim_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} (x+1) = 1$$

și atunci rezultă că funcția *f* are limită în punctul 0.

## 1.4.2 Criterii de limită

### 1. Criteriul majorării pentru limitele finite

Fie $f, g: D \to \mathbf{R}$, $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru *D*. Dacă $\lim_{x \to a} g(x) = 0$ și $(\exists) L \in \mathbf{R}$ astfel încât $|f(x) - L| \le g(x)$, atunci:

$$\lim_{x \to a} f(x) = L.$$

**Exemplu**. Să calculăm: $\lim_{x \to 0} x^2 \sin\frac{1}{x}$.

Avem: $\left|x^2 \sin\frac{1}{x}\right| \le |x^2| \to 0$ când $x \to 0 \Rightarrow \lim_{x \to 0} x^2 \sin\frac{1}{x} = 0$.

### 2. Criteriul majorării pentru limitele infinite

Fie $f, g: D \to \mathbf{R}$, $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru *D* și $f(x) \le g(x), (\forall) x \in D$. Atunci:

a) Dacă $\lim_{x \to \infty} f(x) = +\infty \Rightarrow \lim_{x \to \infty} g(x) = +\infty$ ;

b) Dacă $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty \Rightarrow \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$.

**Exemple**. a) $f(x) = x + \sin^2 x \ge x \to +\infty$, când $x \to +\infty$. Atunci $\lim_{x \to \infty} f(x) = +\infty$ .

b) $f(x) = x - \cos^2 x \le x \to -\infty$, când $x \to -\infty$. Atunci: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ .

### 3. Criteriul cleștelui

Fie $f, g, h: D \to \mathbf{R}$, $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru *D* și *V* o vecinătate a lui *a* astfel încât $f(x) \le g(x) \le h(x), (\forall) x \in$

$\in V \cap (D - \{a\})$. Atunci avem:

$$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} h(x) = L \Rightarrow \lim_{x \to a} g(x) = L.$$

**Exemplu**. Să arătăm că $\lim_{x \to 0} x^4 \sin\frac{1}{x} = 0$.

Avem: $-x^4 \le x^4 \sin\frac{1}{x} \le x^4$ $(\forall)x \in \mathbf{R}^*$ și $\lim_{x \to 0}(-x^4) = 0$, $\lim_{x \to 0} x^4 = 0$ și atunci rezultă $\lim_{x \to 0} x^4 \sin\frac{1}{x} = 0$.

### 1.4.3 Operații cu limite de funcții

**1. Adunarea: limita sumei este egală cu suma limitelor**

Fie $f, g: D \to \mathbf{R}$, $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru $D$ și $\lim_{x \to a} f(x) = L_1, \lim_{x \to a} g(x) = L_2$.

Dacă operația $L_1 + L_2$ are sens în $\overline{\mathbf{R}}$, atunci avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a}(f(x) + g(x)) = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x).}$$

**2. Produsul: limita produsului este egală cu produsul limitelor**

Fie $f, g: D \to \mathbf{R}$, $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru $D$ și $\lim_{x \to a} f(x) = L_1, \lim_{x \to a} g(x) = L_2$.

Dacă operația $L_1 \cdot L_2$ are sens în $\overline{\mathbf{R}}$, atunci avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a}(f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \to a} f(x) \cdot \lim_{x \to a} g(x).}$$

**3. Raportul: limita raportului este egală cu raportul limitelor**

Fie $f, g: D \to \mathbf{R}$, $a \in \overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru $D$, $g(x) \neq 0, (\forall)x \in D$ și $\lim_{x \to a} f(x) = L_1, \lim_{x \to a} g(x) = L_2$.

Dacă operația $\frac{L_1}{L_2}$ are sens în $\overline{\mathbf{R}}$, atunci avem:

$$\boxed{\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\lim\limits_{x\to a}f(x)}{\lim\limits_{x\to a}g(x)}.}$$

**4. Puterea: limita unei puteri este egală cu puterea limitelor**

Fie $f,g\colon D\to\mathbf{R}$, $a\in\overline{\mathbf{R}}$ un punct de acumulare pentru $D$ și $\lim\limits_{x\to a}f(x)=L_1$, $\lim\limits_{x\to a}g(x)=L_2$. Dacă operația ${L_1}^{L_2}$ are sens în $\overline{\mathbf{R}}$ și există o vecinătate $V$ a lui $a$ astfel încât $f(x)^{g(x)}$ să aibă sens pentru orice $x\in V\cap(D-\{a\})$ atunci avem:

$$\boxed{\lim_{x\to a}f(x)^{g(x)}=\left(\lim_{x\to a}f(x)\right)^{\lim\limits_{x\to a}g(x)}.}$$

## Aplicații

**1**. $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+x+1)=\lim\limits_{x\to 1}x^2+\lim\limits_{x\to 1}x+1=1^2+1+1=3.$

**2**. $\lim\limits_{x\to\infty}(x^2+x+2)=\lim\limits_{x\to\infty}x^2+\lim\limits_{x\to\infty}x+1=+\infty+\infty+1=$
$=+\infty.$

**3**. $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3+x+1)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3+\lim\limits_{x\to-\infty}x+1=-\infty-\infty+$
$+1=-\infty.$

**4**. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-x+2}{x+3}=\frac{\lim\limits_{x\to 1}(x^2-x+2)}{\lim\limits_{x\to 1}(x+3)}=\frac{1^2-1+2}{1+3}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}.$

**5**. $\lim\limits_{x\to 1}(x+1)^{x-1}=\left(\lim\limits_{x\to 1}(x+1)\right)^{\lim\limits_{x\to 1}(x-1)}=2^0=1.$

**6**. $\lim\limits_{x\to 0}(x+5)^{3x+1}=\left(\lim\limits_{x\to 0}(x+5)\right)^{\lim\limits_{x\to 0}(3x+1)}=5^1=5.$

### 1.4.4 Limite de funcții compuse

**Teoremă**. Fie funcțiile $f: D \to \mathbf{R}$, $u: A \to D$ și $a$ un punct de acumulare pentru *A*. Dacă sunt îndeplinite condițiile:

a) $\lim\limits_{x \to a} u(x) = b$

b) $u(x) \neq b, (\forall) x \in A, x \neq a$

c) $\lim\limits_{y \to b} f(y) = L$

atunci funcția compusă $f \circ u$ are limită în punctul $a$ și

$$\lim_{x \to a} (f \circ u)(x) = L.$$

**Exemple**. **1**. $\lim\limits_{x \to 2} (x-1)^2 = \left[\lim\limits_{x \to 2} (x-1)\right]^2 = 1^2 = 1.$

**2**. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(x-2)^2}{x^2+2} = \dfrac{\left[\lim\limits_{x \to 0} (x-2)\right]^2}{\left(\lim\limits_{x \to 0} x\right)^2 + 2} = \dfrac{2^2}{0^2+2} = \dfrac{4}{2} = 2.$

### 1.4.5 Limitele funcțiilor elementare

**1. Funcția polinomială**

a) Fie $P(x)$ o funcție polinomială cu coeficienți reali și $a \in \mathbf{R}$. Atunci avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a} P(x) = P(a).}$$

b) Fie $P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n, n \geq 1$, $a_0 \neq 0$. Atunci avem:

$$\lim_{x \to \infty} P(x) = a_0(+\infty), \quad \lim_{x \to -\infty} P(x) = a_0(-\infty)^n.$$

**Exemple.**

**1**. $\lim\limits_{x \to 2} (x^2 + 3x + 1) = 2^2 + 3 \cdot 2 + 1 = 11.$

**2**. $\lim\limits_{x \to \infty} (3x^2 + 2x - 1) = 3 \cdot (+\infty) = +\infty.$

**3**. $\lim_{x \to -\infty} (-2x^2 + x + 7) = (-2) \cdot (-\infty)^2 = -\infty.$

**4**. $\lim_{x \to -\infty} (2x^3 - 2x^2 + x + 4) = 2 \cdot (-\infty)^3 = -\infty.$

## 2. Funcția rațională

a) Fiind date funcțiile polinomiale *P* și *Q*, atunci funcția:

$$\frac{P}{Q} : \{x \in \mathbf{R} \mid Q(x) \neq 0\} \to \mathbf{R}$$

are limită într-un punct *a* în care nu se anulează numitorul și:

$$\boxed{\lim_{x \to a} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(a)}{Q(a)}.}$$

b) Fie: $\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \cdots + b_m}$. atunci avem:

$$\boxed{\textbf{1}.\ \lim_{x \to \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \begin{cases} 0, dacă\ n < m \\ \frac{a_0}{b_0}, dacă\ n = m \\ \frac{a_0}{b_0}(+\infty), dacă\ n > m \end{cases}}$$

$$\boxed{\textbf{2}.\ \lim_{x \to -\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \begin{cases} 0, dacă\ n < m \\ \frac{a_0}{b_0}, dacă\ n = m \\ \frac{a_0}{b_0}(-\infty)^{n-m}, dacă\ n > m \end{cases}}$$

**Exemple**

**1**. $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + x}{x + 2} = \frac{1^2 + 1}{1 + 2} = \frac{2}{3}$.

**2**. $\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \to 1} \frac{x}{x + 1} = \frac{1}{2}$

**3**. $\lim_{x \to 0} \frac{x^2 - x}{x^2 + x} = \lim_{x \to 0} \frac{x(x - 1)}{x(x + 1)} = \lim_{x \to 0} \frac{x - 1}{x + 1} = \frac{-1}{+1} = -1$.

**4**. $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 - x}{x + 3} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)}{x \left(1 + \frac{3}{x}\right)} = \lim_{x \to \infty} \frac{x \left(1 - \frac{1}{x}\right)}{1 + \frac{3}{x}} =$

$= \lim_{x \to \infty} x \cdot \lim_{x \to \infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = (+\infty) \cdot 1 = +\infty$.

**5**. $\lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - x} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{2}{x}\right)}{x^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \to \infty} \frac{1 + \frac{2}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{1} = 1$.

**6**. $\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 + x}{x - 2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{x \left(1 - \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{1 - \frac{2}{x}} =$

$= \lim_{x \to -\infty} x \cdot \lim_{x \to -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = (-\infty) \cdot 1 = -\infty$.

**3. Funcția radical**

a) Dacă $a \geq 0$ și $n \in \mathbf{N}^*$ atunci:

$$\boxed{\lim_{x \to a} \sqrt[2n]{x} = \sqrt[2n]{a}, \lim_{x \to \infty} \sqrt[2n]{x} = +\infty.}$$

b) Dacă $a \in \mathbf{R}$ și $n \in \mathbf{N}^*$ atunci:

$$\boxed{\lim_{x\to a} \sqrt[2n+1]{x} = \sqrt[2n+1]{a}, \lim_{x\to -\infty} \sqrt[2n+1]{x} = -\infty, \lim_{x\to \infty} \sqrt[2n+1]{x} = \infty.}$$

**Exemple.**

**1**. $\lim\limits_{x\to 1} \sqrt{x+3} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2.$

**2**. $\lim\limits_{x\to -2} \sqrt[3]{5x+2} = \sqrt[3]{-10+2} = \sqrt[3]{-8} = -2.$

**3**. $\lim\limits_{x\to \infty} \sqrt{x+3} = +\infty.$

**4**. $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt[3]{x+5} = -\infty.$

**4. Funcția exponențială**

a) Fie $a > 0, a \neq 1$ și $x_0 \in \mathbf{R}$, arbitrar. Atunci avem:

$$\boxed{\lim_{x\to x_0} a^x = a^{x_0}.}$$

b) Dacă $a > 1$, atunci avem:

$$\boxed{\lim_{x\to +\infty} a^x = +\infty, \lim_{x\to -\infty} a^x = 0.}$$

c) Dacă $0 < a < 1$, atunci avem:

$$\boxed{\lim_{x\to +\infty} a^x = 0, \lim_{x\to -\infty} a^x = +\infty.}$$

**Exemple**. **1**. $\lim\limits_{x\to 2} 3^x = 3^2 = 9$; **2**. $\lim\limits_{x\to \infty} 4^x = +\infty$;

**3**. $\lim\limits_{x\to -\infty} 2^x = 0$; **4**. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{\infty} = 0$; **5**. $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\infty} = +\infty.$

## 4. Funcția logaritmică

a) Fie $a > 0, a \neq 1$ și $x_0 \in \mathbf{R}, x_0 > 0$ arbitrar. Atunci avem:

$$\boxed{\lim_{x \to x_0} \log_a x = \log_a x_0\,.}$$

b) Dacă $a >$

$$\boxed{\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \log_a x = -\infty, \lim_{x \to +\infty} \log_a x = +\infty.}$$

c) Dacă $0 < a < 1$, atunci avem:

$$\boxed{\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \log_a x = +\infty, \lim_{x \to +\infty} \log_a x = -\infty.}$$

**Exemple**. **1**. $\lim_{x \to 2} \log_3(x+1) = \log_3(2+1) = 1$ ;

**2**. $\lim_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} \log_2(x-1) = -\infty$; **3**. $\lim_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} \log_{\frac{1}{2}}(x-2) = +\infty$.

## 5. Funcția sinus

Pentru $a \in \mathbf{R}$ avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a} \sin x = \sin a}$$

**Observație**. Nu există $\lim_{x \to +\infty} \sin x$ și $\lim_{x \to -\infty} \sin x$.

**Exemplu**. $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \sin x = \sin \frac{\pi}{2} = 1\,.$

## 6. Funcția cosinus

Pentru $a \in \mathbf{R}$ avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a} \cos x = \cos a}$$

**Observație**. Nu există $\lim_{x \to +\infty} \cos x$ și $\lim_{x \to -\infty} \cos x$.

**Exemplu**. $\lim_{x \to 0} \cos x = \cos 0 = 1$.

## 7. Funcția tangentă

Pentru $a \in \mathbf{R} - \left\{(2\mathrm{k}+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$ avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a} \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} a}$$

**Observație**. Nu există $\lim_{x \to +\infty} \operatorname{tg} x$ și $\lim_{x \to -\infty} \operatorname{tg} x$.

**Exemplu**. $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$.

## 8. Funcția cotangentă

Pentru $a \in \mathbf{R} - \{k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a} \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} a}$$

**Observație**. Nu există $\lim_{x \to +\infty} \operatorname{ctg} x$ și $\lim_{x \to -\infty} \operatorname{ctg} x$.

**Exemplu**. $\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = 1$.

## 9. Funcția arcsinus

Pentru $a \in [-1, 1]$ avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a} \arcsin x = \arcsin a}$$

**Exemplu**. $\lim_{x \to 0} \arcsin x = \arcsin 0 = 0$.

**10. Funcția arccosinus**

Pentru $a \in [-1, 1]$ avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a} \arccos x = \arccos a}$$

**Exemplu**. $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \arccos x = \arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$.

**11. Funcția arctg**

Pentru $a \in \mathbf{R}$ avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a} \operatorname{arctg} x = \operatorname{arctg} a.}$$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}, \lim_{x \to -\infty} \operatorname{arctg} x = -\frac{\pi}{2}.}$$

**Exemplu**. $\lim_{x \to 1} \operatorname{arctg} x = \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$.

**12. Funcția arcctg**

Pentru $a \in \mathbf{R}$ avem:

$$\boxed{\lim_{x \to a} \operatorname{arcctg} x = \operatorname{arcctg} a.}$$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arcctg} x = 0, \lim_{x \to -\infty} \operatorname{arcctg} x = \pi.}$$

# C U P R I N S